

ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG
DER
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
VON
H. GEIGER

111. BAND. 7. UND 8. HEFT

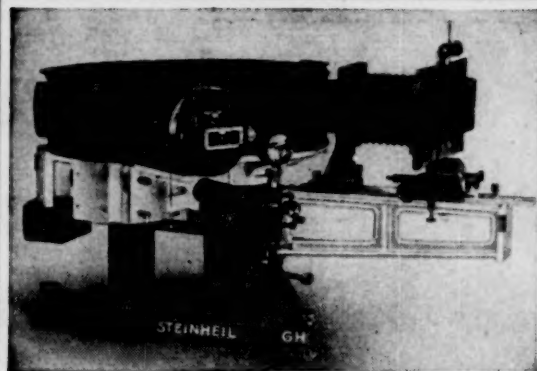
MIT 46 TEXTFIGUREN

(ABGESCHLOSSEN AM 30. JANUAR 1939)



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1939



Steinheil Lichtstarker Spektrograph GH

(mit 1 und 3 Prismen) Lichtstärke 1:1,8—1:10,
auswechselbar mit Glas, Quarz und Gitter, mit
reflexfreiem Objektiv für **Raman-Auf-**
nahmen und mit **langem Kamera-Arm**
f = 1600 (Glas und Quarz)
Zweiprismenglasspektrographen
Quarzspektrographen · Ultrarotspektrograph
Spektrographen-Optik

Gegr. 1855 **C.A. Steinheil Söhne G.m.b.H., München 8** Gegr. 1855

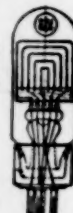


STABILISATOR

mit **Gleichrichter-Gerät oder -Maschine** gibt eine **Spannung, konstant** bis auf:
 $\pm 0,1\%$ bei $\pm 10\%$ Netzschwankungen, einige $\%$ zwischen Leerlauf und Vollast,
 $0,02\%$ beträgt nur die Abhängigkeit der Teilspannungen voneinander
Trägheitslose Regelung durch Glimmentladung
Eigenverbrauch: Einige Milliampère

Technische Unterlagen sendet auf Wunsch kostenlos:

STABILOVOLT G.m.b.H., Berlin SW 68, Wilhelmstr. 130



Aufnahmebedingungen.

Nur solche Arbeiten können in die Zeitschrift für Physik aufgenommen werden,
die den folgenden

Richtlinien

genügen:

1. Die Arbeit muß dem Gebiete der experimentellen oder theoretischen Physik angehören. Auch Arbeiten aus Nachbargebieten können aufgenommen werden. Ausgeschlossen sind jedoch Arbeiten mit rein mathematischem, astronomischem, mineralogischem oder chemischem Inhalt.
2. Die Einleitung der Arbeit soll den Leser in knappen Sätzen in die Vorgeschichte des Problems einführen. Je stärker ein Problem im Vordergrund des Interesses steht, desto kürzer kann die Einleitung gehalten werden.
3. Das Ziel der Arbeit muß schon in der Einleitung klar ausgesprochen werden. Es soll dabei auch ersichtlich sein, inwieweit die Erreichung des gesteckten Zieles einen im Rahmen der heutigen Physik wertvollen wissenschaftlichen Fortschritt bedeutet.
4. Die Beschreibung von Versuchsapparaten soll sich keinesfalls in technische Einzelheiten verlieren. Nur apparative Neuheiten von grundsätzlicher Bedeutung sind von Interesse. Die bildliche Wiedergabe von Apparaten soll durch schematische Zeichnung, nicht durch Photographie erfolgen.
5. Es ist fast immer ausreichend, von den Meßreihen ein typisches Beispiel herauszugreifen. An diesem Beispiel soll aber ersichtlich bzw. kontrollierbar sein, wie die Auswertung erfolgt ist, wie die Rechnungen durchgeführt wurden, welche Korrekturen angebracht sind usw.
6. Die Meßergebnisse sind *entweder* in Tabellen *oder* in Kurven wiederzugeben. Nur in Ausnahmefällen kann es gerechtfertigt sein, dasselbe Zahlenmaterial sowohl in Tabellen wie in Kurvenform zu veröffentlichen.
7. Die Lesbarkeit einer Arbeit gewinnt sehr, wenn die Figuren und Tabellen durch gut durchdachte Beschriftung an sich schon verständlich sind. Jedenfalls sollen alle Figuren und Tabellen mit Unterschriften bzw. Überschriften versehen sein.
8. In theoretischen Arbeiten sollen die mathematischen Ausführungen gerade so ausführlich veröffentlicht werden, daß der Leser die vom Verfasser überwundenen Schwierigkeiten nicht nochmals von neuem überwinden muß. Elementare Rechnungen dürfen nur ganz kurz angedeutet werden. In Zweifelsfällen empfiehlt es sich Zwischenrechnungen als Anhang in kleinem Druck zu bringen.
9. Die Diskussion der Ergebnisse und die sonstigen allgemeinen Erörterungen sollen in ihrer Ausführlichkeit dem Umfang der in der Arbeit gewonnenen neuen Erkenntnisse entsprechen. Eine kurze Meßreihe berechtigt noch nicht dazu, einen großen Fragenkomplex lehrbuchartig aufzurollen.
10. Jede Arbeit muß in sich abgeschlossen sein. Arbeiten, welche allein auf einen Versuchsvorschlag oder nur auf eine Verbesserung von Meßverfahren oder Meßinstrumenten abzielen, können in der Regel nicht aufgenommen werden.
11. Dissertationen oder Habilitationsschriften können nicht in voller Breite aufgenommen werden. Nur solche Auszüge werden veröffentlicht, die den vorliegenden Richtlinien entsprechen. Die Auszüge sind in einer Fußnote als gekürzte Dissertation usw. zu kennzeichnen.
12. Am Kopf jeder Arbeit soll eine Inhaltsangabe in Kleindruck stehen. In diese Inhaltsangabe sollen vor allem die Punkte aufgenommen werden, welche der Verfasser als seine neuen Ergebnisse und damit als den durch seine Arbeit erzielten wissenschaftlichen Fortschritt ansieht.

Der Herausgeber: H. Geiger.

Die Supraleitfähigkeit und die amorphe Metallmodifikation.

Von **J. Kramer**, Ankara.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 29. Oktober 1938.)

Die amorphe Metallmodifikation verhält sich gegenüber Temperaturerhöhung, äußerem Druck und einem Magnetfeld ganz ähnlich wie ein Supraleiter gegenüber diesen Einflüssen. Außerdem besteht ein stark ausgeprägter Parallelismus zwischen der Höhe der Umwandlungstemperatur der amorphen Metallmodifikation und dem Sprungpunkt bei der Supraleitung. Es wird gezeigt, daß der Sprungpunkt die Ionisationstemperatur der Atome im kristallinen Metall ist und daß unterhalb dieser Temperatur der Elektrizitätstransport auf Quantenbahnen erfolgen kann. Die Höhe der Ionisierungstemperatur, also des Sprungpunktes, wird durch die Wechselwirkung der Nachbaratome bestimmt, sie wird daher wie im amorphen Metall durch Druck erniedrigt, durch Dehnung erhöht. Wie bei der amorphen Metallmodifikation kann unterhalb der Ionisierungstemperatur der noch an der Ionisierungsenergie fehlende Teil durch ein Magnetfeld ersetzt werden, wobei auch in diesem Falle die Größe des Magnetfeldes durch die Formel für die Aufspaltung der Spektrallinien beim normalen Zeeman-Effekt bestimmt wird, sie steht in Übereinstimmung mit der nach Debye ausgerechneten Atomwärme des Metalls. Bei Berücksichtigung der Fermi-Verteilung der Leitungselektronen wird auch das veränderte Wärmeleitungsvermögen eines Supraleiters verständlich. Das Unterschreiten der Ionisierungstemperatur im kristallinen Metall ist nicht bei allen Metallen mit Supraleitung verbunden, sie kann nur dann auftreten, wenn das Atomvolumen eine passende Größe hat. Durch die Verteilung der Supraleiter im periodischen System der Elemente und durch das Verhalten der supraleitenden Gold-Wismut-Legierung wird das eindrucksvoll gezeigt. Ebenso wie die Kristallisation bei der Ionisierung der Atome im amorphen Metall ist die Supraleitung ein sekundärer Vorgang im Anschluß an die Ionisierung der Atome im kristallinen Metall.

Einleitung. In vier vorangehenden Arbeiten¹⁾ ist das Verhalten des Metallatoms im gasförmigen und im amorphen Zustand untersucht und in Parallele gesetzt worden. Dabei hat sich auf Grund der experimentellen Ergebnisse herausgestellt, daß das Metallatom in beiden Zuständen noch vollkommen gleichartige Eigenschaften behalten hat, die im amorphen Metall durch die größere Nähe der Nachbaratome nur quantitativ verändert sind. Der nächste Schritt ist nun der, zu untersuchen, ob das Metallatom auch noch in dem sich an die amorphe Modifikation anschließenden Zustand, nämlich dem kristallinen, quantitativ die Eigenschaften des unbeeinflussten Atoms im Dampf behalten hat. Dieser Schritt soll in der vorliegenden Arbeit gemacht werden. Es wird sich ergeben, daß auch noch der kristalline

¹⁾ J. Kramer, Ann. d. Phys. (5) **19**, 37, 1934, zitiert als (I); ZS. f. Phys. **106**, 675, 1937, (II); ebenda, S. 692, (III); ebenda **111**, 409, 1938, (IV).

Zustand des Metalls sich in das Bild, das bisher vom Metallatom im gasförmigen und im amorphen Zustand dargelegt ist, einreihen läßt¹⁾.

Dieses Bild, das sich also über die drei Zustände des Metallatoms erstreckt, sieht danach folgendermaßen aus:

Im dampfförmigen Zustand können den Metallatome durch Energiezufuhr, zum Beispiel durch Erwärmung oder durch den Stoß beschleunigter Elektronen, die äußeren Elektronen entrissen werden. Durch Wechselwirkung mit anderen Atomen oder Ionen kann die Ionisationsenergie beim Stoß mit Ionen und Atomen heruntersetzt werden.

Im amorphen Zustand ist diese Wechselwirkung bedeutend größer und die Ionisierungsenergie dementsprechend um einige Größenordnungen heruntersetzt. Wärmezufuhr oder Elektronenstoß bewirken aber noch in gleicher Weise eine Ionisierung des Atoms. Die ionisierten Atome gehen in den kristallinen Zustand über, die abgegebenen Elektronen sind die Leitungselektronen.

Im kristallinen Metall ist die Wechselwirkung wegen der größeren Dichte des Metalls noch größer und die Ionisierungsenergie wieder um einige Größenordnungen verkleinert. Aber auch hier ist noch die Eigenschaft des Atoms im Gas erhalten, unterhalb der Ionisierungsenergie das abgegebene Elektron wieder aufzunehmen. Unterschreitet die Energie des Metallatoms im kristallinen Zustand die Ionisierungsenergie, so *kann* in diesem Moment Supraleitung auftreten; Energiezufuhr ionisiert das Atom wieder und zerstört dadurch die Supraleitung.

Diese Charakteristik des Metallatoms, die in der vorliegenden Arbeit auch auf den kristallinen Zustand ausgedehnt werden soll, macht zwar einen abgerundeten und einfachen Eindruck, aber rein äußerlich gesehen, erscheint es doch bedenklich, so verschiedene Vorgänge, wie den Übergang vom nichtleitenden zum normalleitenden Zustand bei der Umwandlung des amorphen Metalls, und andererseits den Übergang von unendlich gut leitenden zum normalleitenden Zustand bei der Zerstörung der Supraleitung in Parallele zu setzen. Aber wie schon früher die Kristallisation als ein sekundärer Vorgang erkannt wurde, so ist bei dieser Betrachtungsweise auch im kristallinen Metall die Supraleitung ein Vorgang, der nicht wesentlich ist und zudem nicht immer mit der Unterschreitung der Ioni-

¹⁾ Das Atom im flüssigen Zustand ist in diesem Zusammenhang gleich dem im kristallinen Zustand anzusehen. Abgesehen von den mechanischen Eigenschaften ist das Metall im kristallinen und im flüssigen Zustand nicht sehr verschieden; im Vergleich zu den hier interessierenden Veränderungen beim Übergang vom amorphen zum kristallinen oder vom supraleitenden zum normalleitenden Zustand sind die Unterschiede belanglos.

sierungsenergie im kristallinen Zustand verknüpft ist. Der die beiden sekundären Erscheinungen, das Einsetzen der Kristallisation und die Zerstörung der Supraleitung auslösende physikalisch wichtige Vorgang ist in beiden Fällen gleichartig. Es darf deswegen auch die Irreversibilität der Ionisierung beim Übergang vom amorphen in den kristallinen Zustand, die auf den sekundären Vorgang der Kristallisation zurückzuführen ist, nicht als Gegensatz zur Ionisierung im Gas und zu der im kristallinen Metall angesehen werden, die beide reversibel verlaufen, da keine Strukturänderungen eintreten.

Trotz der äußerlichen Verschiedenheit der Ionisierung im Gas, beim Übergang vom amorphen zum kristallinen Metall und bei der Zerstörung der Supraleitung zeigen doch alle drei Vorgänge eine Abhängigkeit von äußeren Einflüssen, die es nahelegt, die drei Erscheinungen auf die gleiche Ursache zurückzuführen. Rein formal gesehen wirkt zunächst die Temperaturerhöhung bei allen gleich. Im Gas wird durch Erwärmen das Atom bei einer bestimmten Temperatur ionisiert, beim Abkühlen geht die Ionisation wieder zurück. Im amorphen Metall würde die Temperaturerhöhung genau so wirken, wenn die Kristallisation verhindert werden könnte. Im kristallinen Metall führt die Erwärmung zur Überführung des Atoms vom supraleitenden zum normalleitenden Zustand, beim Abkühlen wird sie ebenfalls wieder rückgängig gemacht. Deutlicher zeigt äußerer Druck das gleichartige Reagieren der drei Erscheinungen auf äußere Einflüsse. Druck verbreitert die Spektrallinien, ein Vorgang, der mit einer Verkleinerung der Ionisierungsenergie verbunden sein muß. Druck verkleinert auch die Ionisierungsenergie im amorphen Metall, wodurch die Umwandlungstemperatur erniedrigt wird. Druck verschiebt in gleicher Weise den Sprungpunkt bei der Supraleitung nach kleineren Werten. Noch überzeugender wirkt ein Magnetfeld. Im Gas werden durch ein Magnetfeld die Spektrallinien aufgespalten, womit eine Verkleinerung der Ionisierungsenergie verbunden sein muß. Im amorphen Metall wird ebenfalls durch ein Magnetfeld die Ionisierungstemperatur und damit die Umwandlungstemperatur erniedrigt, und die Abnahme wird durch dieselbe Formel bestimmt, die auch die Aufspaltung der Spektrallinien festlegt. Im kristallinen Metall verschiebt ein Magnetfeld den Sprungpunkt bei der Supraleitung ebenfalls nach kleineren Werten.

Wenn dieses gleichartige Verhalten der drei Vorgänge noch rein äußerlich und daher zufällig genannt werden kann, so überzeugt ein Vergleich der Höhe des Sprungpunktes bei der Supraleitung mit der Höhe der Umwandlungstemperatur davon, daß zwischen der Umwandlung des

amorphen Metalls und der Zerstörung der Supraleitung eine innere Beziehung bestehen muß. In der Fig. 1 sind für alle Supraleiter, für die gleichzeitig die Umwandlungstemperatur der amorphen Modifikation experimentell bestimmt ist, die Sprungpunkte T_s bei der Supraleitung mit den Umwandlungstemperaturen T_u der amorphen Metallmodifikation verglichen. Der unverkennbare Parallelismus ist um so erstaunlicher, als beide Größen durchschnittlich um den Faktor 100 verschieden sind. Aus diesem Parallelismus und dem gleichartigen Verhalten des amorphen und des supraleitenden Metalls gegenüber Temperatur, Druck und Magnetfeld

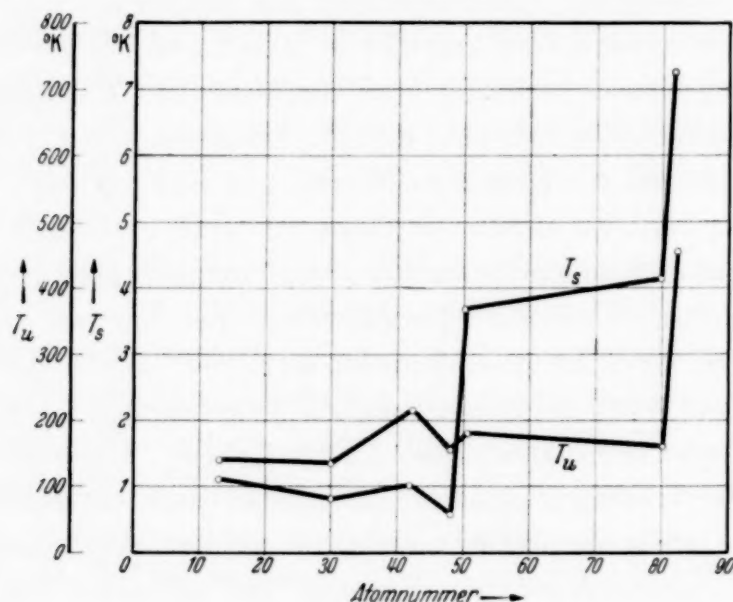


Fig. 1. Umwandlungstemperatur T_u der amorphen Metallmodifikation und Sprungpunkt T_s bei der Supraleitung bei Al, Zn, Mo, Cd, Sn, Hg und Pb.

ist der Schluß berechtigt, beide Vorgänge auf eine gleichartige Ursache zurückzuführen. Danach entsteht die Supraleitung dadurch, daß unterhalb der Ionisierungstemperatur des Atoms im kristallinen Metall die dann wieder vom Atom aufgenommenen Elektronen den Elektrizitätstransport auf Quantenbahnen besorgen können¹⁾. Für sich allein stehend hätte eine solche Erklärung der Supraleitung keine Berechtigung. Aber im Rahmen des Ganzen gesehen liegt sie bei dem gleichartigen Verhalten des Metallatoms bei der Ionisierung im Gas, bei der im amorphen Metall und bei der Supraleitung sehr nahe. Der Grundgedanke ist auch hier die Verkleinerung der Ionisierungsenergie durch den Einfluß der Nachbaratome. Es sei nochmals daran erinnert, daß dieser Effekt schon im Gas experimentell bestimmt ist.

¹⁾ Nicht immer ist mit der Unterschreitung der Ionisierungstemperatur im kristallinen Metall Supraleitung verbunden, sie *kann* sich als sekundäre Erscheinung einstellen. Siehe dazu S. 435 dieser Arbeit.

Im amorphen Metall muß dieser Einfluß wegen der größeren Wechselwirkung noch größer sein, und diese Annahme wird allen Erscheinungen am amorphen Metall gerecht, wie in den vorangehenden Arbeiten ausführlich gezeigt ist. Im kristallinen Metall ist die Wechselwirkung zwischen den Nachbaratomen wieder vergrößert, und Aufgabe dieser Arbeit wird es sein, zu zeigen, daß mit der dadurch wiederum verkleinerten Ionisierungstemperatur alle Erscheinungen bei der Supraleitung gedeutet werden können.

Die Erklärung der Supraleitfähigkeit als Elektrizitätstransport auf Quantenbahnen ist nicht neu und besonders in der alten Atomtheorie auch naheliegend. Es wird dagegen aber hauptsächlich der Einwand erhoben, daß dann der kleinste kontinuierlich im Supraleiter fließende Strom nur 0,3 mA betragen könne. Dieser Wert ist dadurch gewonnen, daß die Geschwindigkeit des Elektrons auf der Quantenbahn für die Berechnung des Stromes benutzt wurde. Dabei wurden die Daten des isolierten Atoms im Gas eingesetzt. Versuche zeigten aber, daß im Supraleiter noch wesentlich kleinere Ströme kontinuierlich fließen können. Wenn aber der Sprungpunkt der Supraleitung als Ionisierungstemperatur des Atoms im kristallinen Metall angesehen wird, so dürfen für diese Berechnungen nicht die Daten des unbeeinflussten Atoms im Gas benutzt werden, sondern die des Atoms im kristallinen Metall. Da die Ionisierungsenergie im kristallinen Metall wenigstens um den Faktor 10^6 bis 10^8 gegenüber der im einzelnen Atom im Gas herabgesetzt ist, ist der oben angegebene Einwand erledigt.

Atomabstände im kristallinen Metall und die Supraleitung. Bei der amorphen Metallmodifikation war Wert darauf gelegt, experimentell zu zeigen, daß die gegenseitige Entfernung der Atome, die schon im Gas die Höhe der Ionisierungsenergie bestimmt, auch im amorphen Metall die Höhe der Umwandlungstemperatur festlegt. Wenn nämlich dieser Grundgedanke des Bildes über den Aufbau der amorphen Metallmodifikation und über die Umwandlung richtig ist, muß eine Verkleinerung der gegenseitigen Wechselwirkung eine Erhöhung der Umwandlungstemperatur, eine Vergrößerung der Wechselwirkung eine Verkleinerung der Umwandlungstemperatur nach sich ziehen. Im Falle des amorphen Metalls war dieser Beweis durch die Vergrößerung der Umwandlungstemperatur bei sehr dünnen Schichten und durch die Verkleinerung der Umwandlungstemperatur durch allseitigen Druck erbracht. Bei der Übertragung dieser Überlegungen auf das kristalline Metall muß eine gleiche Abhängigkeit der gegenüber dem amorphen Metall nochmals verkleinerten Ionisierungstemperatur vom Abstand der Nachbaratome bestehen. So muß eine Vergrößerung der Ab-

stände bei Dehnung eine Erhöhung, eine Verkleinerung der Abstände bei Druck eine Erniedrigung der Ionisierungstemperatur nach sich ziehen. Diese Abhängigkeit ist experimentell für den Sprungpunkt bei der Supraleitfähigkeit gefunden. Durch allseitigen Druck von 100 kg pro cm^2 wird der Sprungpunkt des Indiums um $0,003^0$ erniedrigt¹⁾, der des Zinns durch 300 kg pro cm^2 um $0,01^0$ ²⁾. Umgekehrt setzt eine Dehnung des Metalls den Sprungpunkt herauf. So wird ein Zinndraht, der mit 3,02 kg pro mm^2 belastet ist, bei einer um $0,007^0$ höheren Temperatur supraleitend¹⁾.

Die Größenordnung der Verschiebung des Sprungpunktes durch Druck und Zug ist durchaus verständlich. Zwar bewirkt im amorphen Metall der gleiche Druck eine Verschiebung des Umwandlungspunktes um einen etwa 10^4 mal größeren Betrag, aber die amorphe Metallmodifikation steht dem Gas noch näher, und die Kompressibilität ist wesentlich größer als im kristallinen Metall, besonders, wenn dieses in der Nähe des absoluten Nullpunktes untersucht wird.

Durch die Abhängigkeit des Sprungpunktes von der Größe der Atomabstände kann auch die Form der Übergangskurve, die die Leitfähigkeit des Metalls beim Übergang vom supraleitenden zum normalen beim Erwärmen und umgekehrt vom normalen zum supraleitenden beim Abkühlen in Abhängigkeit von der Temperatur wiedergibt, gedeutet werden. Bei einem idealen Einkristall ist die Wechselwirkung der Nachbaratome für alle Atome gleich. Die Ionisierungstemperatur ist daher auch für alle Atome genau gleich hoch, und der Übergang vom supraleitenden zum normalen Metall und umgekehrt muß daher bei einem idealen Einkristall vollkommen unstetig erfolgen. Tatsächlich ist dieser Übergang um so unstetiger gefunden, je vollkommener der untersuchte Einkristall ausgebildet war³⁾. In einem polykristallinen oder mechanisch bearbeiteten Supraleiter sind zwar im Mittel die Atomabstände gleich denen im Einkristall, da Zug und Druck im Gleichgewicht stehen, aber durch diese Zug- und Druckkräfte wird die Ionisierungstemperatur teils erhöht und teils erniedrigt. Der Sprungpunkt eines solchen Supraleiters liegt daher an derselben Stelle wie der des Einkristalls⁴⁾, aber der Übergang ist nicht so unstetig, die Ecken der Übergangskurve sind abgerundet.

Für alle Zustände des Metallatoms ist also der Abstand der Nachbaratome von ausschlaggebender Bedeutung. Im Gas hat das unbeeinflusste

¹⁾ Müller-Pouillet, Lehrb. d. Physik IV, Teil 4, S. 45, 11. Aufl. —

²⁾ Handb. d. Experimentalphys. XI, Teil 2, S. 231. — ³⁾ Müller-Pouillet, a. a. O., S. 41. — ⁴⁾ Wenn nicht die Störung so groß ist, daß schon die gestörten Atome eine durchgehende Strombahn bilden können.

Metallatom eine bestimmte Ionisierungstemperatur. Sie wird durch Annäherung der Nachbaratome, wie experimentell bewiesen, erniedrigt. Im amorphen Metall hat das Atom eine große Anzahl von Nachbarn, die Ionisierungstemperatur ist daher stark heruntergesetzt. Wird durch Druck der gegenseitige Abstand weiter verkleinert, so sinkt ganz entsprechend die Ionisierungstemperatur, wie in der Verkleinerung der Umwandlungstemperatur durch Druck zu erkennen ist. Im kristallinen Metall sind die Atomabstände wiederum verkleinert, und die Ionisierungstemperatur ist daher noch weiter heruntergesetzt. Sie äußert sich in diesem Falle als Sprungpunkt bei der Supraleitung. Auch in diesem Falle bewirkt eine zusätzliche Verkleinerung der Atomabstände eine weitere Erniedrigung, eine Vergrößerung der Atomabstände eine Erhöhung der Ionisierungstemperatur, wie in der Verschiebung des Sprungpunktes durch Druck und Zug zu erkennen ist.

Supraleiter im Magnetfeld. In der Abhängigkeit der Ionisierungstemperatur von den Abständen der Nachbaratome hat sich das Metallatom in allen seinen Zuständen vollkommen gleichartig verhalten. Die vorhandenen experimentellen Daten genügen aber nicht, quantitative Gesetzmäßigkeiten zu erkennen. Die bisherigen Ergebnisse zeigen nur die Berechtigung des Bildes vom Metallatom, das sich allein auf die Abhängigkeit der Ionisierungsenergie von den Abständen der Nachbaratome aufbaut. Noch viel deutlicher ist das der Fall bei der Abhängigkeit der Ionisierungstemperatur im Gas, in der amorphen Metallmodifikation und im kristallinen Metall vom Magnetfeld. Diese Versuche zeigen auch quantitativ, daß der Begriff der Ionisierung sowohl im amorphen als auch im kristallinen Metall genau so wörtlich aufzufassen ist wie im Gas und daß einerseits die Umwandlung der amorphen Metallmodifikation, andererseits die Zerstörung der Supraleitung wirklich auf diese Ionisierung der Atome zurückzuführen sind.

Im Gas bewirkt ein Magnetfeld eine Aufspaltung der Spektrallinien, ein Effekt, dem eine Erniedrigung der Ionisierungsenergie entsprechen muß. Im amorphen Metall verschiebt das Magnetfeld die Ionisierungstemperatur, also in diesem Falle den Umwandlungspunkt nach kleineren Werten. Das Entscheidende dabei ist, daß auch in diesem Falle die Größe der Verschiebung durch dieselbe Formel wiedergegeben wird, die auch die Aufspaltung der Spektrallinien im Gas festlegt. Die Verkleinerung der Ionisierungstemperatur entspricht also sowohl im Gas als auch im amorphen Metall der Energie, die dem Elektron auf der Quantenbahn durch das Magnetfeld zugeführt wird. Wie schon lange bekannt ist, wird durch ein Magnetfeld auch der Sprungpunkt der Supraleitung heruntergesetzt. Wenn die Zerstörung der

Supraleitfähigkeit ebenso wie die Umwandlung der amorphen Metallmodifikation auf die Ionisierung der Atome zurückzuführen ist, dann muß die Verschiebung des Sprungpunktes durch ein Magnetfeld ebenfalls der den Elektronen auf der Quantenbahn durch das Magnetfeld zugeführten Energie entsprechen. An jeder Stelle unterhalb des Sprungpunktes ohne Feld muß das Magnetfeld also eine solche Stärke haben, daß es den an der thermischen Ionisierungsenergie noch fehlenden Anteil ersetzen kann¹⁾.

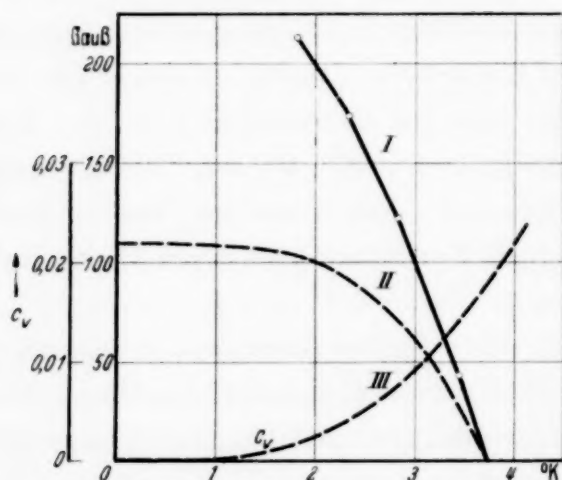


Fig. 2. I. Experimentell gefundener Schwellenwert des Magnetfeldes. II. Berechnetes Magnetfeld. III. Atomwärme nach Debye.

In der Fig. 2 stellt die Kurve I die Verschiebung des Sprungpunktes in Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärke für Zinn dar. Die Kurve läßt sich mathematisch durch die Formel

$$H = a (T_s^2 - T^2) \quad (1)$$

darstellen, wo H die Feldstärke des die Supraleitung aufhebenden Magnetfeldes ist, T_s die Sprungtemperatur ohne Feld und T die Versuchstemperatur des Supraleiters in Kelvin-Graden ist¹⁾.

Der Faktor a hat bei Zinn die Größe 20 Gauß/Grad², und bei den anderen reinen Supraleitern ist er nicht sehr verschieden von diesem Wert, er nimmt für Legierungen aber sehr große Werte an. Die Ableitung der Formel (1) nach T

$$\frac{dH}{dT} = 2aT \quad (2)$$

gibt dann an, wieviel Gauß einem Grad äquivalent sind, wenn dT gleich 1 gesetzt wird. Wenn die Auffassung des Sprungpunktes als Ionisierungstemperatur des Atoms im kristallinen Metall richtig ist, soll dieses Magnetfeld dem Elektron dieselbe Energie zuführen wie eine Erwärmung des Metalls um einen Grad, das Magnetfeld muß also energetisch der Atomwärme

¹⁾ Eine Vergrößerung der Ionisierungstemperatur, wie sie der symmetrischen Aufspaltung der Spektrallinien entspricht, kann weder im amorphen noch im kristallinen Metall beobachtet werden, da das Magnetfeld in dem hier interessierenden Sinne nur auf Elektronen auf Quantenbahnen wirken kann. Das Magnetfeld kann also keinen Einfluß ausüben, wenn oberhalb der Ionisierungstemperatur beim Abkühlen von ionisierten Atomen ausgegangen wird. Im amorphen Metall kann eine Vergrößerung der Ionisierungstemperatur auch schon wegen der Irreversibilität nicht beobachtet werden. — ²⁾ Handb. d. Metallphys. I, Teil 1, S. 357, Leipzig 1935.

des Metalls entsprechen. Die Atomwärme läßt sich nach der Formel von Debye berechnen, wobei für die in Betracht kommenden tiefen Temperaturen mit der vereinfachten Formel

$$C_v = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\Theta} \right)^3$$

gerechnet werden darf¹⁾. Darin ist C_v in cal/Grad · Mol ausgedrückt, Θ ist die charakteristische Temperatur und R die Gaskonstante.

Tabelle 1.

	T_g	a	Gauß	Θ	C_v Debye	C_v Magn.
Sn	3,69	20	148	111	0,017	0,019
Hg	4,12	26	214	96	0,037	0,028
In	3,37	20,7	140	106	0,015	0,018
Pb	7,26	15,5	225	88	0,26	0,030
Pb + 35% Bi	8,8	2)		$\frac{88 + 80}{2}$ 3)	0,52	0,53

In der Tabelle 1 sind für einige Supraleiter die Sprungtemperaturen ohne Magnetfeld, in der dritten Spalte die aus der Form der Kurve I der Fig. 2 folgenden a -Werte der Formel (1) und (2) angegeben. In der vierten Spalte sind die am Sprungpunkt nach Formel (2) einem Grad äquivalenten Magnetfelder angegeben. Die nächste Spalte gibt die charakteristischen Temperaturen⁴⁾ an, mit denen nach der Formel von Debye die Atomwärme am Sprungpunkt ausgerechnet ist; diese ist unter $C_{v \text{ Debye}}$ angegeben. Die letzte Spalte gibt unter $C_{v \text{ Magn.}}$ die nach der Formel für die Aufspaltung der

¹⁾ Handb. d. Metallphys. I, Teil 1, S. 249, Leipzig 1935. — ²⁾ Für die Legierung Pb + 35% Bi ist kein Wert für a angegeben, da in der Nähe des Sprungpunktes ohne Feld die experimentell gefundene Verschiebung des Sprungpunktes durch ein Magnetfeld linear verläuft. In diesem Bereich sind etwa 4000 Gauß einem Grad äquivalent. Mit diesem Wert ist $C_{v \text{ Magn.}}$ ausgerechnet. — ³⁾ Die Angabe der charakteristischen Temperatur einer Legierung als halbe Summe der Werte für die Komponenten ist natürlich falsch und in diesem Falle nur durch das Übereinstimmen der C_v -Werte gerechtfertigt. Es läßt sich aber auch qualitativ übersehen, daß das Verhalten der supraleitenden Legierungen sich den oben wiedergegebenen Überlegungen anpaßt. Denn die Schmelztemperatur der Legierungen ist kleiner als die der Komponenten und damit auch die charakteristische Temperatur. Die Atomwärme ist daher bei tiefen Temperaturen größer als die der Komponenten, und es ist ein größeres Magnetfeld zur Aufhebung der Supraleitung nötig, wie es allgemein gefunden ist. Allerdings verhalten sich viele Legierungen anormal. — ⁴⁾ Die charakteristischen Temperaturen sind dem Handbuch der Metallphysik I, Teil 1, S. 252 entnommen; wenn vorhanden, sind die aus der spezifischen Wärme berechneten Werte gewählt.

Spektrallinien beim normalen Zeeman-Effekt ausgerechneten Energieänderungen durch das am Sprungpunkt einem Grad äquivalente Magnetfeld wieder. Mit Ausnahme des Wertes für Blei¹⁾ ist die Übereinstimmung der beiden C_v -Werte als sehr gut anzusehen, wenn man bedenkt, daß weder die α -Werte noch die Θ -Werte genau bekannt sind, und daß eine kleine Veränderung der charakteristischen Temperatur eine große Verschiebung der Atomwärme nach Debye nach sich zieht.

So unerwartet die Tatsache ist, daß eine Formel, die für die Aufspaltung der Spektrallinien, also für das unbeeinflusste Atom im Gas gültig ist, auch für den festen Zustand ihre Gültigkeit behält, so kann andererseits kaum ein sicherer Beweis dafür gefunden werden, daß die Supraleitfähigkeit auf einen Elektrizitätstransport auf Quantenbahnen zurückzuführen ist, und daß die Zerstörung der Supraleitung durch die Ionisierung der Atome im Kristall bewirkt wird. Das Metallatom verhält sich danach im Gas, im amorphen Zustand und im kristallinen Metall vollkommen gleichartig, seine Eigenschaften werden nur durch die verschieden große Wechselwirkung der Nachbaratome quantitativ verändert. Nur die sekundären Erscheinungen, im amorphen Zustand die Kristallisation, im kristallinen Metall die Supraleitfähigkeit, geben der diese Vorgänge einleitenden Ionisierung der Atome äußerlich ein verschiedenes Aussehen.

Nachdem die Übereinstimmung der Energie, die beim Sprungpunkt den Atomen einmal thermisch, das andere Mal magnetisch zugeführt werden muß, um die Supraleitung zu zerstören, festgestellt ist, ist es möglich, auch bei tieferen Temperaturen den weiteren Verlauf des die Supraleitung aufhebenden Feldes zu berechnen. An jeder Stelle unterhalb des Sprungpunktes ohne Feld muß das nach Debye ausgerechnete Defizit an thermischer Energie durch das Magnetfeld ersetzt werden. In der Fig. 2 ist in der Kurve II der Verlauf dieses so berechneten Magnetfeldes wiedergegeben, wozu Werte für die Atomwärme benutzt wurden, wie sie Kurve III angibt. Das Übereinstimmen der beiden C_v -Werte am Sprungpunkt äußert sich darin, daß die experimentelle Kurve I und die theoretische II am Sprungpunkt dieselbe Tangente haben. Bei tieferen Temperaturen liegt die theoretische Kurve aber unterhalb der experimentellen, und zwar bei allen Supraleitern ziemlich gleichartig, wenn die C_v -Werte am Sprungpunkt übereinstimmen. Wie aus der Abhängigkeit der Atomwärme von der Tem-

¹⁾ Bemerkenswerterweise stimmen auch für Blei die beiden C_v -Werte mit 0,032 für C_v Debye und 0,030 für C_v Magn. recht genau überein, wenn die doppelte charakteristische Temperatur zur Berechnung der Atomwärme gewählt wird.

peratur mit T^3 folgt, ist das berechnete Magnetfeld der Kurve III darstellbar als

$$H = a (T_s^4 - T^4).$$

Die experimentelle Kurve I ist nun in einem longitudinalen Feld gewonnen. Im transversalen Felde hat man gefunden, daß das erste Verschwinden der Supraleitung schon bei einem kleineren Wert beginnt, als der Kurve I entspricht. Z. B. verschwindet die Supraleitung des Zinns bei einer Temperatur von $2,92^0$ K in einem transversalen Magnetfeld von etwa 60 Gauß¹⁾. Dieser Wert fällt nun gerade auf die theoretische Kurve II. Es ist daher anzunehmen, daß auch unterhalb des Sprungpunktes ohne Feld das Magnetfeld so groß sein muß, daß der an der Ionisierungsenergie bei der Versuchstemperatur noch fehlende Anteil ersetzt werden kann. Aus theoretischen Überlegungen und experimentellen Ergebnissen hat man gefolgert, daß ein Supraleiter stark diamagnetisch sein kann. Das außen gemessene Magnetfeld kann daher größer sein, als es im Supraleiter zur Wirksamkeit kommt. Außerdem ist festgestellt, daß die spezifische Wärme im Supraleiter eine Vergrößerung erfahren kann. Auch dadurch kann das die Supraleitung aufhebende Magnetfeld eine Vergrößerung erfahren, so daß die experimentelle Kurve I höher als die theoretische II liegen kann, die nur die normale spezifische Wärme berücksichtigt. Die Abhängigkeit des Magnetfeldes von der Orientierung des Supraleiters im Felde deutet aber an, daß hauptsächlich auf die diamagnetischen Eigenschaften des Supraleiters die Vergrößerung des außen gemessenen Magnetfeldes zurückzuführen ist.

Supraleitung und Wärmeleitung. Bisher wurde der Sprungpunkt bei der Supraleitung rein formal als Ionisierungstemperatur der Atome im kristallinen Metall aufgefaßt, ohne daß auf den genauen Vorgang bei der Supraleitung eingegangen wurde. Die in einem Supraleiter veränderte Wärmeleitung spricht dafür, daß an der Supraleitung nur wenige Elektronen beteiligt sind und daß ihre Zahl mit fallender Temperatur zunimmt. Die Verhältnisse im Supraleiter lassen sich am einfachsten darstellen und verstehen, wenn man sich auf den Standpunkt der einfachen Sommerfeldschen Elektronentheorie der Metalle stellt. Die Fermi-Verteilung der Leitungselektronen, zu denen auch die Supraelektronen gehören, erleidet am Sprungpunkt keine Veränderung; gegenüber der Ionisierungsenergie ist die Energie der meisten Leitungselektronen sehr groß. An der Supraleitung werden nur diejenigen Elektronen beteiligt sein, deren Energie

¹⁾ Leipziger Vorträge 1933; W. J. de Haas, Supraleiter im Magnetfeld. Leipzig 1933.

kleiner oder gleich der Ionisierungsenergie der Atome im kristallinen Metall ist, wenn das Metall auf den absoluten Nullpunkt abgekühlt ist, dagegen bei höherer Temperatur unterhalb des Sprungpunktes ohne Feld nur die Elektronen, deren Energie kleiner oder gleich der Energiedifferenz zwischen Ionisierungsenergie und thermischer Energie der Atome ist. Am Sprungpunkt ist daher die Zahl der Supraelektronen sehr klein, sie nimmt aber

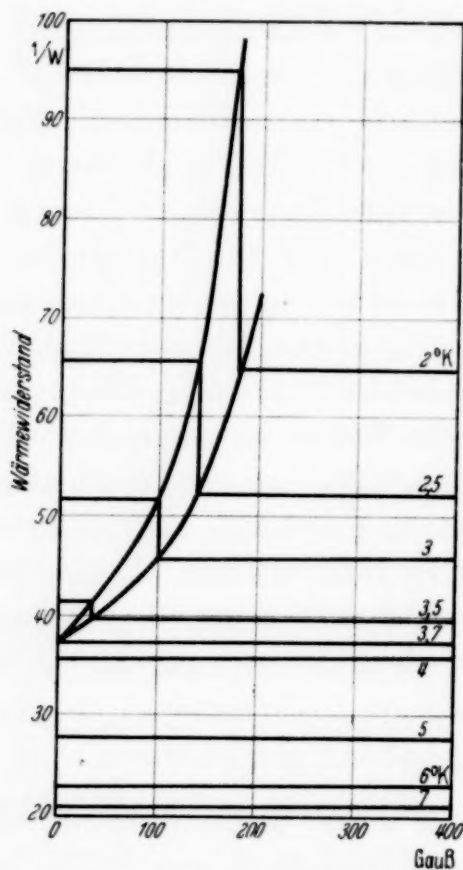


Fig. 3. Wärmewiderstand eines reinen Supraleiters im Magnetfeld bei verschiedenen Temperaturen.

mit abnehmender Temperatur zu. Es ist daher keine Unstetigkeit für die Wärmeleitung des Supraleiters am Sprungpunkt zu erwarten, da die Supraelektronen, die den elektrischen Strom unendlich gut leiten, keine Wärme transportieren können und für die Wärmeleitung ausfallen. Unterhalb des Sprungpunktes ohne Feld muß daher der Supraleiter einen größeren thermischen Widerstand haben, und der Widerstand muß abnehmen, wenn durch ein Magnetfeld die Supraleitung unterdrückt wird, der Unterschied muß um so größer werden, je tiefer die Temperatur unter dem Sprungpunkt ohne Feld liegt. Die experimentelle Kurve der Fig. 9 des Vortrages von de Haas in den Leipziger Vorträgen 1933 zeigt diesen Verlauf des Wärmewiderstandes eines Supraleiters sehr eindrucksvoll. Die Abhängigkeit des Wärmewiderstandes vom Magnetfeld

zeigt für diesen speziellen Fall idealisiert die Fig. 3 dieser Arbeit für verschiedene Temperaturen, wobei eine eventuelle direkte Beeinflussung des Wärmewiderstandes durch das Magnetfeld nicht berücksichtigt ist. Unterhalb von $3,7^{\circ}\text{K}$ bekommen die geraden Linien bei einem mit fallender Temperatur steigenden Magnetfeld eine Stufe, und diese Stufe ist um so größer, je tiefer die Temperatur ist. Eine Andeutung für diesen Verlauf zeigt die experimentelle Kurve der Fig. 10 des genannten Vortrages von de Haas.

Supraleiter und Atomvolumen. Die Umwandlung der amorphen Metallmodifikation und die Zerstörung der Supraleitung sollen Vorgänge sein, die auf dieselbe Ursache zurückzuführen sind, nämlich auf die Ionisierung der Atome einmal im amorphen, das andere Mal im kristallinen Metall.

Es war oben schon der Einwand erledigt worden, der dadurch aufkommen kann, daß die Umwandlung der amorphen Modifikation irreversibel ist, während die Supraleitung wie die Ionisierung im Gas ein reversibler Vorgang ist. Wir hatten gesehen, daß auch die Ionisierung im amorphen Metall reversibel sein kann, daß der Vorgang dann aber irreversibel wird, wenn es im Anschluß an die Ionisierung zur Kristallisation kommt; in den primären Vorgängen bestehen keine prinzipiellen Unterschiede. Schwerwiegendere Bedenken gegen die gleichartige Auffassung der Umwandlung der amorphen Modifikation und der Zerstörung der Supraleitung können

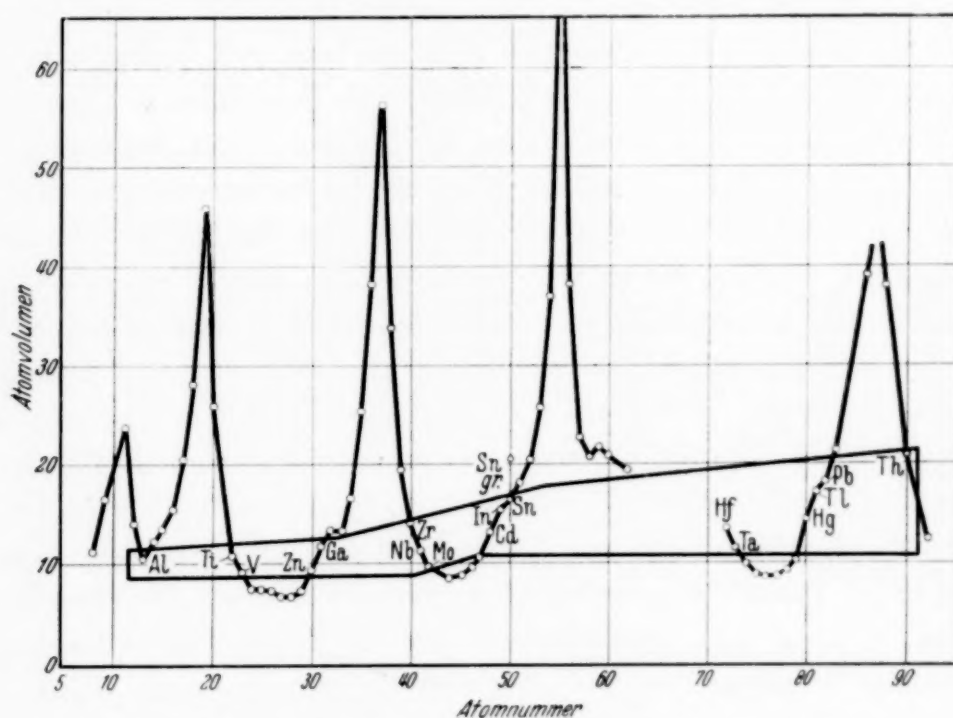


Fig. 4. Verteilung der Supraleiter im Periodischen System der Elemente.

dadurch entstehen, daß die amorphe Modifikation und damit die Umwandlung bei allen Metallen auftreten soll, während es doch den Anschein hat, daß die Supraleitung auf bestimmte Metalle beschränkt ist. Auch dieser Umstand ist auf den sekundären Charakter der Supraleitung zurückzuführen. Die Ionisierung der Atome im kristallinen Metall kommt genau wie die in der amorphen Modifikation und im Gas bei allen Metallen vor, aber nicht immer tritt unterhalb der Ionisierungstemperatur im kristallinen Metall Supraleitung auf. Mit der Unterschreitung der Ionisierungstemperatur ist die Supraleitung als sekundärer Vorgang nur dann verbunden, wenn das Atomvolumen des betreffenden Metalls eine ganz bestimmte Größe hat. Grob mechanisch ist diese Tatsache bei der vorliegenden Erklärung der Supraleitung als Elektrizitätstransport auf Quantenbahnen anschaulich;

aber sicherer zeigt die Verteilung der Supraleiter im Periodischen System der Elemente, daß einzig und allein das Atomvolumen ausschlaggebend dafür ist, ob ein Metall Supraleiter ist oder nicht. In der Fig. 4¹⁾ ist die bekannte Atomvolumenkurve eingezeichnet und in ihr sind alle Supraleiter umrandet. Alle Supraleiter liegen im umrandeten Teil, und, was wichtiger ist, alle Metalle im umrandeten Teil sind Supraleiter. Ein Metall mag also Eigenschaften haben wie es will, wenn das Atomvolumen eine passende Größe hat, tritt Supraleitung auf. Deswegen kann auch von den beiden Zinnmodifikationen nur die supraleitend werden, deren Atomvolumen die passende Größe hat, während die graue Modifikation mit einem Atomvolumen von etwa 20 oberhalb dieses Gebietes liegt und deswegen nicht Supraleiter ist. Am deutlichsten zeigt vielleicht die Gold-Wismut-Legierung die Bedeutung des Atomvolumens für das Auftreten der Supraleitung. Gold und Wismut sind Nichtsupraleiter, ihr Atomvolumen liegt einmal unterhalb, das andere Mal oberhalb der passenden Größe. Sobald aber durch Legierungsbildung das mittlere Atomvolumen in das richtige Gebiet fällt, tritt Supraleitung auf. Die Supraleitung ist nicht Eigenschaft eines bestimmten Metalls, sondern die Eigenschaft jeden Metalls, wenn passende Verhältnisse vorliegen. So würde auch bei einem Metall mit zu kleinem Atomvolumen Supraleitung auftreten, wenn es gelänge, durch Dehnung den Atomen die richtigen Abstände zu geben, bei denen Supraleitung auftreten kann. Andererseits könnte bei einem Metall mit zu großem Atomvolumen durch Druck Supraleitung hervorgerufen werden. Ob diese Versuche auch experimentell ausführbar sind, ist fraglich. Möglich erscheint es, künstliche Supraleiter durch Druck oder Dehnung bei einer Legierung herzustellen, deren Atomvolumen etwas zu groß oder zu klein ist, so daß gerade keine Supraleitung mehr auftreten kann.

Neuenkirchen (Oldenburg), im Oktober 1938.

¹⁾ Nach Fig. 25 aus Müller-Pouillet's, Lehrbuch d. Physik IV, Teil 4, S. 40, 11. Aufl., mit Berücksichtigung der neueren Ergebnisse.

(Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium II der Siemenswerke.)

Über den Zündvorgang der elektrischen Entladung bei Atmosphärendruck.

Von **R. Schade**, Berlin-Siemensstadt.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 1. November 1938.)

Für die Ionisierungszahl γ ergibt sich beim atmosphärischen Durchschlag durch formale Ausrechnung aus der Townsendschen Zündbedingung eine sehr starke Feldstärkenabhängigkeit. Diese ist mit anderen Erfahrungen im Widerspruch. Es wird versucht, diesen Widerspruch durch die Annahme zu beseitigen, daß in Wirklichkeit nicht der γ -Mechanismus, sondern photoelektrische Elektronenauslösung an der Kathode für den Entladungsvorgang wesentlich ist (Abschnitt I). Hierbei muß berücksichtigt werden, daß die für die Elektronennachlieferung an der Kathode maßgebliche ultraviolette Strahlung im Gasraum sehr stark absorbiert wird. Die sich unter Berücksichtigung der Absorptionsverluste ergebende Zündbedingung enthält das Ähnlichkeitsgesetz (II). Die quantitative Prüfung führt auf einen sehr hohen Absorptionskoeffizienten, der aber größenordnungsmäßig mit den bisher auf anderer Grundlage gewonnenen Erfahrungen übereinstimmt (III). Der Spannungszusammenbruch wird auf die Verringerung der Absorptionsverluste infolge der Verlegung der Anregungszone in die Nähe der Kathode zurückgeführt. Ob die hier vorgeschlagene Deutung der Wirklichkeit entspricht, muß jedoch noch experimentell geprüft werden (IV).

I. Der Mechanismus der Elektronennachlieferung an der Kathode.

Der Entladungsvorgang in Luft von Atmosphärendruck ist in seinen Einzelheiten noch ungeklärt. Es sind vor allem zwei Fragen, die beantwortet werden müssen: Zunächst fehlt noch jede genaue Vorstellung darüber, wie im Verlaufe des Entladungsvorganges die Spannung „zusammenbricht“. Ferner ist die sich aus der Townsendschen Zündbedingung ergebende große Feldstärkeabhängigkeit der Ionisierungszahl γ mit anderen Überlegungen unvereinbar.

In der bekannten von Townsend entwickelten Theorie des Zündvorganges¹⁾ werden folgende Einzelprozesse als maßgebend berücksichtigt:

¹⁾ I. S. Townsend, Handb. d. Rad. I.

1. Ionisierung durch Elektronen im Gasraum. Definition: α = Zahl der Ionenpaare, die ein Elektron pro cm Weg im Gasraum erzeugt.

2. Ionisierung durch positive Ionen im Gasraum. Definition: β = Zahl der Ionenpaare, die ein positives Ion pro cm Weg im Gasraum erzeugt.

3. Elektronenauslösung durch positive Ionen an der Kathode. Definition: γ = Zahl der Elektronen, die ein positives Ion im Mittel an der Kathode auslöst.

Am genauesten von diesen Größen ist die Zahl α als Funktion von Feldstärke und Druck gemessen worden. Ihre Bedeutung für den Entladungsvorgang steht außerhalb jeden Zweifels. Anders dagegen verhält es sich mit den Ionisierungszahlen β und γ . Townsend¹⁾ ist der Ansicht, daß die positiven Ionen überwiegend im Gasraum ionisieren (β -Mechanismus). Demgegenüber steht die Auffassung von Holst und Oosterhuis²⁾, die eine Elektronenbefreiung durch positive Ionen an der Kathode annehmen. Für diese Theorie spricht der Einfluß des Kathodenmaterials auf die Entladungsdaten. Gegen die Townsendsche Ansicht sprechen neuere Versuche mit schnellen Ionenstrahlen, die einwandfrei ergaben, daß positive Ionen erst bei sehr hohen Geschwindigkeiten anfangen, im Gasraum ionisierend zu wirken³⁾. Derart große Geschwindigkeiten kommen außer in Extremfällen [hoher E/p -Wert, z. B. Kanalstrahlentladung⁴⁾] in Gasentladungen kaum vor. Auf jeden Fall ist bei Beginn des atmosphärischen Durchschlages und auch in der normalen Townsend-Entladung das Verhältnis von Feldstärke und Druck (E/p) so klein, daß die Ionen auf ihrer freien Weglänge nur eine sehr geringe Energie aufnehmen können und sich praktisch mit thermischer Geschwindigkeit im Gasraum bewegen. Berücksichtigt man also nur die Wirkung der positiven Ionen an der Kathode, so erhält man für den Zündvorgang die Townsendsche Beziehung in der bekannten Form:

$$\gamma (e^{\alpha d} - 1) = 1. \quad (1)$$

Man muß nach obigem erwarten, daß die Größe γ weitgehend von Feldstärke und Druck unabhängig ist, denn der Energieüberschuß bei der Neutralisation eines Ions an der Kathode (Ionisierungsarbeit-Austritts-

¹⁾ I. S. Townsend, Handb. d. Rad. I. — ²⁾ G. Holst u. E. Oosterhuis, Physica 1, 74, 1921; Phil. Mag. 46, 1147, 1923. — ³⁾ R. M. Sutton, Phys. Rev. 33, 364, 1929; O. Beck, Phys. ZS. 35, 36, 1934. — ⁴⁾ C. Hailer, Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konzern XVII, S. 115, 1938.

arbeit) ist so groß, daß die zusätzliche kinetische Energie des Ions kaum eine Rolle spielen kann. Leider ist eine direkte Bestimmung von γ bei den geringen Ionengeschwindigkeiten, wie sie in Gasentladungen bei höheren Drucken vorliegen, nicht möglich. Messungen bei größeren Geschwindigkeiten haben ergeben, daß γ nur langsam mit der kinetischen Energie ansteigt¹⁾. Die Bestimmung von γ aus der Zündbedingung selbst leidet an der Ungenauigkeit der exponentiell eingehenden Größe α . In Edelgasen, bei denen die Funktion $\alpha/p = f(E/p)$ am genauesten bekannt ist, haben Messungen von Schöfer²⁾ ergeben, daß die Größe γ sich nur sehr wenig mit Feldstärke und Druck ändert.

Vollkommen anders sind die Verhältnisse in unedlen Gasen. Wird hier γ bei verschiedenen Drucken und Abständen nach Gleichung (1) berechnet, so erhält man Werte, die nicht annähernd so konstant sind. Schon früh ist von den Vertretern der Townsendschen Auffassung dieser Tatbestand der Hypothese von Holst und Oosterhuis entgegengehalten worden³⁾. Später wurde auch von Rogowski⁴⁾ die Größe γ aus der Beziehung Gleichung (1) berechnet. Bei atmosphärischem Druck ergaben sich dabei Werte, die mit Vergrößerung der Schlagweite um 10 Zehnerpotenzen abnahmen! Da nun gleichzeitig die Durchbruchfeldstärke mit zunehmendem Elektrodenabstand sinkt, glaubt Rogowski hieraus den Schluß ziehen zu können, daß die Größe γ in Luft ungeheuer feldstärkeabhängig sei⁵⁾. Diese Annahme bildet die Grundlage der Theorie des Spannungszusammenbruches und der damit im Zusammenhang stehenden Frage der Zündspannungserniedrigung durch Bestrahlung von Rogowski und Mitarbeitern⁶⁾. Eine Aufklärung dieses grundverschiedenen Verhaltens der Ionisierungszahl γ in Edelgasen und in Luft ist also wichtig für das Verständnis des atmosphärischen Durchschlages.

Wenn sich in Luft der durch *formale* Ausrechnung nach Gleichung (1) gewonnene Wert γ als so extrem feldstärkeabhängig erweist, so ist eher anzunehmen, daß Gleichung (1) für Molekulgase unzutreffend ist, als daß in diesen Gasen γ in so außerordentlich hohem Maße feldstärkeabhängig

¹⁾ F. M. Penning, *Physica* **8**, 17, 1928. — ²⁾ R. Schöfer, *ZS. f. Phys.* **110**, 21, 1938. — ³⁾ Vgl. z. B. H. G. L. Huxley, *Phil. Mag.* **3**, 1056, 1927. — ⁴⁾ W. Rogowski, *Arch. f. Elektrotechn.* **25**, 556, 1931. — ⁵⁾ Vgl. hierzu auch W. Rogowski, *ZS. f. Phys.* **108**, 1, 1938, Fig. 3. — ⁶⁾ W. Fucks, ebenda **92**, 467, 1934; W. Rogowski u. W. Fucks, *Arch. f. Elektrotechn.* **29**, 362, 1935; W. Rogowski u. A. Wallraff, *ZS. f. Phys.* **102**, 183, 1936.

sein soll, während es sich in Edelgasen als praktisch feldstärkeunabhängig erweist. Dieses wird besonders nahegelegt durch Messungen an coaxialen Zylinderelektroden in Luft von Schöfer¹⁾, die nur sehr geringen Einfluß der Polarität auf die Zündspannung ergaben.

Die einfachste Erklärung für ein Versagen von Gleichung (1) beim atmosphärischen Durchschlag wäre: *Die positiven Ionen lösen beim Zündvorgang in Molekulgasen praktisch keine Sekundärelektronen an der Kathode aus.*

Dieser Gedanke erscheint zunächst ebenso gewagt wie die Hypothese von Rogowski und Mitarbeitern. Wenn wir aber bedenken, daß auch in Edelgasen nur ungefähr jedes hundertste Ion bei seiner Neutralisation ein weiteres Elektron für den Entladungsmechanismus freimacht, daß also meistens die überschüssige Energie, Ionisierungsarbeit — Austrittsarbeit, anderweitig verlorengeht, so erscheint es nicht unannehmbar, daß in Molekulgasen die Größe γ noch sehr viel kleiner sein kann, denn hier besteht eine viel größere Wahrscheinlichkeit für die Dissipation der überschüssigen Energie wegen der größeren Anzahl vorhandener Freiheitsgrade durch Rotations- und Schwingungsquanten. Setzen wir dies voraus, dann müssen andere Möglichkeiten der Elektronenbefreiung an der Kathode überwiegend und entscheidend werden. Hier ist vor allen Dingen an den Photoeffekt der in der Entladung erzeugten Strahlung zu denken.

Die Beobachtung, daß eine Entladung photoelektrisch wirksam ist, stammt von Heinrich Hertz²⁾; sie ist die Grundlage der eigentlichen Entdeckung des Photoeffekts durch Hallwachs³⁾. Hertz konnte nachweisen, daß das ultraviolette Licht eines Funkens die Schlagweite einer anderen Funkenstrecke um mehr als das Doppelte erhöhen kann. Dies entspricht also einer sehr starken Zündspannungsniedrigung durch Bestrahlung. Es erscheint heute verwunderlich, weshalb bei den viel später entstandenen Entladungstheorien der hypothetisch angenommenen Elektronenmachlieferung durch positive Ionen, sei es an der Kathode oder sei es im Gasraum selbst, größere Beachtung geschenkt wurde, als dem Eigenphotoeffekt der Entladung selbst.

Erst in den letzten Jahren ist die Möglichkeit photoelektrischer Elektronenauslösung wieder ernsthaft diskutiert worden. Von Strigel⁴⁾ wurde

¹⁾ R. Schöfer, ZS. f. Phys. **110**, 21, 1938. — ²⁾ H. Hertz, Ann. d. Phys. **31**, 983, 1887. — ³⁾ W. Hallwachs, ebenda **33**, 301, 1888. — ⁴⁾ R. Strigel, Wiss. Veröff. a. d. Siemenskonzern **11**, 52, 1932.

bei Untersuchung des Zündverzugs beim Stoßdurchschlag der entscheidende Einfluß des Kathodenmaterials festgestellt und mit der photoelektrischen Austrittsarbeit in Zusammenhang gebracht. Ferner war es vor allem das Studium der Zählrohrentladungen, das neue Aufschlüsse brachte. In den Arbeiten von Greiner¹⁾ und Christof und Hanle²⁾ wurde die Bedeutung photoelektrischer Elektronennachlieferung an der Kathode erkannt und hervorgehoben. Werner³⁾ beschrieb den Entladungsmechanismus im Zählrohr ohne ionisierende Wirkung von positiven Ionen und stellte als erster eine Zündbedingung unter Annahme nur photoelektrischer Elektronenauslösung an der Kathode auf. Untersuchungen des atmosphärischen Durchschlages in der Nebelkammer durch Flegler und Raether⁴⁾ führten ebenfalls zu der Vermutung, daß photoelektrische Elektronennachlieferung im Gasraum oder an der Kathode eine hervorragende Rolle spielen muß. Auch von Loeb⁵⁾ wird nach einer kritischen Würdigung aller bei atmosphärischem Durchschlag bestehenden Möglichkeiten der Elektronennachlieferung auch die photoelektrische als denkbar hingestellt. Ferner finden wir bei Rogowski ebenfalls einen Hinweis, daß der Einfluß des Eigenphotoeffektes einer zündenden Entladungsstrecke nicht von der Hand zu weisen sei⁶⁾. Zum Schluß seien noch einige neuere experimentelle Arbeiten erwähnt: Wallraff und Horst⁷⁾ beschäftigen sich mit dem Funken als photoionisierende Lichtquelle. Christof⁸⁾ untersuchte die Nachlieferung von Elektronen in der Koronaentladung bei niedrigen Drucken. Beide Untersuchungen kommen zu dem Ergebnis, daß der Eigenphotoeffekt der Entladung für deren Zündung von Bedeutung sein kann. Von Costa und Raether⁹⁾ wurde festgestellt, daß bei der Zündung von Wasserstoffentladungen das ultraviolette Licht allein wirksam genug ist, um die durch die Größe γ in Gleichung (1) ausgedrückte Wirkung hervorzurufen. Von dem Verfasser¹⁰⁾ wurde darauf hingewiesen, daß der Abreißvorgang in Zählrohrentladungen in einfacher Weise auf statistische Schwankungen des Elektronenstromes zurückzuführen ist, wenn allein photoelektrische Elektronennachlieferung an der Kathode vorliegt.

¹⁾ E. Greiner, ZS. f. Phys. **81**, 543, 1933. — ²⁾ W. Christof u. W. Hanle, Phys. ZS. **34**, 641, 1933. — ³⁾ S. Werner, ZS. f. Phys. **90**, 384, 1934; **92**, 705, 1934. — ⁴⁾ E. Flegler u. H. Raether, ZS. f. techn. Phys. **16**, 325, 1935; ZS. f. Phys. **103**, 315, 1936; H. Raether, ebenda **107**, 91, 1937. — ⁵⁾ L. B. Loeb, Rev. Modern. Phys. **8**, 267, 1936. — ⁶⁾ W. Rogowski u. A. Wallraff, ZS. f. Phys. **97**, 764, 1935. — ⁷⁾ A. Wallraff u. E. Horst, Arch. f. Elektrotechn. **31**, 789, 1937. — ⁸⁾ W. Christof, Ann. d. Phys. **30**, 446, 1937. — ⁹⁾ H. Costa u. H. Raether, Naturwiss. **26**, 593, 1938. — ¹⁰⁾ R. Schade, ebenda **26**, 546, 1938.

Es erscheint also nicht aussichtslos, die scheinbare Feldstärkeabhängigkeit der Ionisierungszahl $\gamma = \frac{1}{(e^{\alpha d} - 1)}$ auf den andersartigen photoelektrischen Entladungsvorgang zurückzuführen. Hierdurch muß sich erklären lassen, daß der Wert γ ungeheuer mit Vergrößerung des Elektronenabstandes ansteigt. Wie in dem folgenden Abschnitt gezeigt wird, ist dieses möglich durch eine Zündbedingung, die nicht nur die Photonen-Erzeugung, sondern auch deren Vernichtung durch Absorption berücksichtigt.

II. Die Zündbedingung für atmosphärischen Durchschlag.

Beim photoelektrischen Entladungsmechanismus müssen folgende Einzelheiten berücksichtigt werden:

1. Die Ionisation des Gases durch Elektronen. Definition: α = Zahl der Ionenpaare, die ein Elektron pro cm Weg im Gasraum erzeugt.
2. Die Lichtanregung durch Elektronenstoß im Gasraum. Definition: ϑ = Zahl der Lichtquanten, die ein Elektron pro cm Weg im Gasraum erzeugt.
3. Die Absorption der Strahlung. Definition: k = Absorptionskoeffizient für Strahlung.
4. Der Photoeffekt an der Kathode. Definition: δ = Wahrscheinlichkeit für die Auslösung eines Elektrons an der Metalloberfläche durch ein Lichtquant.
5. Die geometrische Anordnung.

Wir beschränken uns bei unseren Überlegungen auf den Zündvorgang im homogenen Feld zwischen unendlich gedachten Ebenen und nehmen zunächst vereinfachend an, daß nur Licht einer bestimmten Wellenlänge als wesentlich zu berücksichtigen sei. Den Beginn des Zündvorganges wollen wir dadurch festlegen, daß irgendwie n_0 Elektronen aus der Kathode ausgetreten sind. Auf ihrem Wege zur Anode ionisieren diese unter dem Einfluß des elektrischen Feldes, und zwar nimmt ihre Anzahl $n(x)$ mit dem Abstand x nach einem Gesetz $n(x) = n_0 \cdot e^{\alpha x}$ zu. In der Schicht dx erzeugen sie $n_0 e^{\alpha x} \vartheta dx$ Photonen, von denen die Hälfte in Richtung auf die Kathode gestrahlt wird; der Geometrie der Anordnung wird in folgendem durch den Faktor $g = \frac{1}{2}$ Rechnung getragen werden. Außerdem wird die Strahlung im Gas stark absorbiert. Wir berücksichtigen dieses durch ein

Absorptionsglied $a' \cdot e^{-k \cdot x}$), dann kommen also insgesamt von den im Gasraum erzeugten Photonen die Anzahl $\frac{n_0 a' g \vartheta}{\alpha - k} (e^{(\alpha - k) d} - 1)$ an der Kathode an. Wenn die von ihnen photoelektrisch ausgelöste Elektronenzahl gleich der Anzahl der ursprünglich vorhandenen Elektronen ist, dann ist die Entladung im Gleichgewicht. Wir erhalten deshalb als Zündbedingung:

$$\frac{a \vartheta \delta}{\alpha - k} (e^{(\alpha - k) d} - 1) = 1. \quad (2)$$

*) Ein Absorptionsgesetz dieser Art gilt streng genommen nur für paralleles Licht. Wird dagegen das Licht im Abstand x von einer unendlich ausgedehnt gedachten Ebene erzeugt (Intensität I_0) und in jeden Raumwinkel gleichmäßig gestrahlt, so hängt die gesamte Intensität I des auf die Ebene treffenden Lichtes nicht rein exponentiell vom Abstand ab. Wie die Rechnung ergibt, ist vielmehr die Abstandsabhängigkeit der auf die Fläche treffenden Lichtenergie durch folgendes Gesetz bestimmt:

$$I = \frac{I_0}{2} \left\{ e^{-kx} - kx \int_{kx}^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz \right\}.$$

Der Verlauf dieser Funktion ist in Fig. 1 dargestellt. Wir erkennen, daß sie für $k \cdot x \gg 1$ annähernd eine logarithmische Gerade mit der Neigung k ist. Dieses wird auch nahegelegt durch eine Differentiation obiger Gleichung. Es ergibt sich:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{d \ln I}{dx} = -k.$$

Für $x = 1/k$ ist die oben vereinfacht gegebene Darstellung $I = \frac{a' I_0}{2} e^{-kx}$ mit großer Annäherung richtig. Zu beachten ist, daß hier aber die Größe a' keineswegs $= 1$ ist, sondern mit größer werdendem x immer kleiner wird. Ihre Änderung kann jedoch in begrenzten Gebieten gegenüber der Änderung des exponentiellen Ausdrucks vernachlässigt werden. In der weiteren Beschreibung wird die Größe a' und der Geometriefaktor g zu einem Faktor a zusammengefaßt.

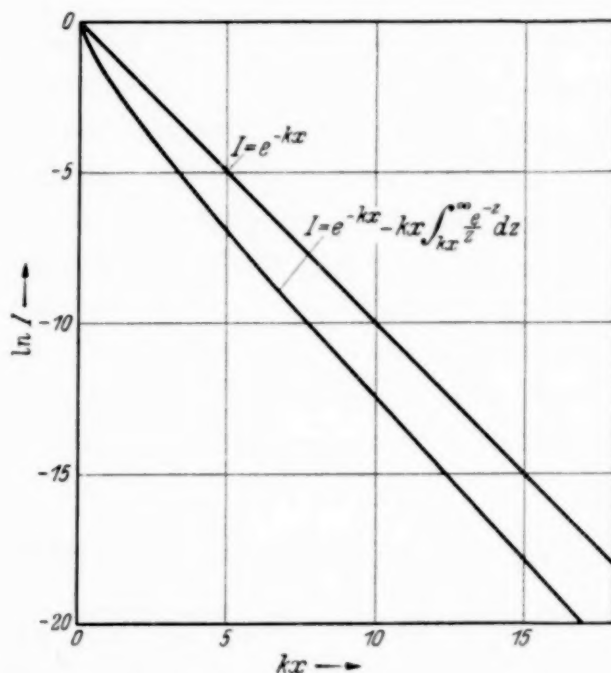


Fig. 1. Intensität als Funktion des Absorptionsweges.

Von Loeb¹⁾ ist eine Gleichung (2) sehr ähnliche Beziehung aufgestellt worden. Zur Diskussion des Zündvorganges bei niedrigen Drucken kann k gegen α vernachlässigt werden. Dieses hat Loeb getan und erhält dann eine Gleichung (1) sehr ähnliche Beziehung, die also wiederum eine eindeutige Entscheidung für den photoelektrischen Entladungsmechanismus ausschließt. Das Versagen von Gleichung (1) bei höherem Druck weist jedoch darauf hin, daß hier der Einfluß der Absorption nicht mehr vernachlässigt werden darf. Aus Gleichung (2) folgt, daß $\alpha \cdot d$ in folgender Art von der Schlagweite d abhängen muß:

$$\alpha \cdot d = k \cdot d + \ln \left(1 + \frac{\alpha - k}{a \vartheta \delta} \right). \quad (3)$$

Die Prüfung von Gleichung (3) bei höheren Drucken kann also einen Hinweis dafür liefern, ob photoelektrische Elektronennachlieferung an der Kathode vorliegt. Bevor wir uns dieser Aufgabe im nächsten Abschnitt zuwenden, soll zunächst untersucht werden, ob Gleichung (2) das Ähnlichkeitsgesetz für die Zündspannung enthält, denn dieses gilt so allgemein, daß unser Ansatz bestimmt falsch wäre, wenn er das Paschensche Gesetz nicht enthalten würde. Unter Berücksichtigung, daß $k = k_0 \cdot p$ wird aus Gleichung (2):

$$\frac{a \delta \left(\frac{\vartheta}{p} \right)}{\frac{\alpha}{p} - k_0} \left(e^{\left(\frac{\alpha}{p} - k_0 \right) p \cdot d} - 1 \right) = 1. \quad (4)$$

Bezeichnen wir die Feldstärke mit E , die Zündspannung mit U_0 , so gilt für

$$\frac{\alpha}{p} = f \left(\frac{E}{p} \right) = f \left(\frac{U_0}{p \cdot d} \right).$$

Ebenso ist ϑ/p alleinige Funktion von $U_0/p \cdot d$. Gleichung (4) ist deshalb ein Gesetz von der Form

$$F \left(a, \delta, k_0, \frac{U_0}{p \cdot d} \right) = 1.$$

und enthält also das Paschensche Gesetz. Das Ähnlichkeitsgesetz für die Zündspannung ist auch dann erfüllt, wenn wir annehmen, daß Licht verschiedenster Wellenlängen wirksam ist. Die Zündbedingung lautet dann:

$$a \sum_n \frac{\vartheta_n \delta_n}{\alpha_n - k_n} (e^{(\alpha_n - k_n) d} - 1) = 1. \quad (5)$$

¹⁾ L. B. Loeb, Rev. Modern. Phys. 8, 267, 1936.

In diesem Ausdruck enthält jeder einzelne Summand außer konstanten Größen nur eine Funktion von $\frac{U_0}{p \cdot d}$.

Man kann diese Betrachtung auch auf beliebige Elektrodenanordnungen erweitern. Wenn alle linearen Dimensionen umgekehrt proportional der Änderung des Druckes geändert werden, dann bleiben an homologen Stellen gleich: die Werte α/p und ϑ/p , ferner der Geometriefaktor und die Absorptionsverluste des Lichtes auf dem Wege zur Kathode. Das bedeutet aber, daß nicht nur die Bedingungen für die Lichtquantenerzeugung, sondern auch der Bruchteil des auf die Kathode treffenden Lichtes genau gleich bleiben, daß also die Zündspannung konstant bleiben muß.

III. Quantitative Prüfung.

Im vorigen Abschnitt ist dargelegt worden, daß das Produkt $\alpha \cdot d$ in bestimmter Weise von der Schlagweite d abhängen muß, wenn photoelektrische Photoelektronenauslösung an der Kathode vorliegt und wenn außerdem eine starke Absorption der wirksamen Strahlung im Gasraum angenommen wird. Der hierfür maßgebliche Zusammenhang ist durch Gleichung (3) gegeben. Den darin vorkommenden logarithmischen Ausdruck können wir in erster Annäherung als Konstante ansehen, erst bei größeren Werten von d sind infolge des kleiner werdenden α -Wertes merkliche Abweichungen zu erwarten. Mit dieser Vereinfachung erhalten wir für kleine Schlagweiten die Beziehung:

$$\alpha d = kd + c. \quad (6)$$

Ob diese Beziehung annähernd erfüllt ist, läßt sich in einfacher Weise prüfen, weil in Luft die Funktion $(\alpha/p) = f(E/p)$ genügend genau bekannt ist. Ferner gibt es zuverlässige Angaben über die Durchbruchfeldstärke als Funktion des Elektrodenabstandes. Die hierfür in unseren Berechnungen zugrunde gelegten Werte sind die von Franck¹⁾ zusammengestellten Mittelwerte. Die Berechnung der α -Werte geschah durch Interpolation der Meßwerte von Masch²⁾, die sich nur wenig von den späteren Messungen von Sanders³⁾ unterscheiden.

Den Verlauf der Funktion $\alpha \cdot d = f(d)$ für kleine Schlagweiten zeigt Fig. 2.

¹⁾ S. Franck, Meßentladungsstrecken. Berlin, Jul. Springer, 1931. —

²⁾ K. Masch, Arch. f. Elektrotechn. **26**, 593, 1932. — ³⁾ F. H. Sanders, Phys. Rev. **44**, 1020, 1933.

Man erkennt deutlich, daß der nach Gleichung (6) in diesem Gebiet zu erwartende Zusammenhang erfüllt ist, und zwar ergibt sich für k der Wert $6,7 \text{ cm}^{-1}$ und für c der Wert $8,6$.

Wenn der im vorigen Abschnitt entwickelte Zusammenhang richtig ist, dann hätten wir es hier im wesentlichen mit einer ultravioletten Strahlung mit einheitlichem sehr hohem Absorptionskoeffizienten zu tun, 1 mm Luft von Atmosphärendruck würde die Strahlung schon auf die Hälfte schwächen. Dieses entspräche einer Schichtdicke von ungefähr 3000 Atomlagen.

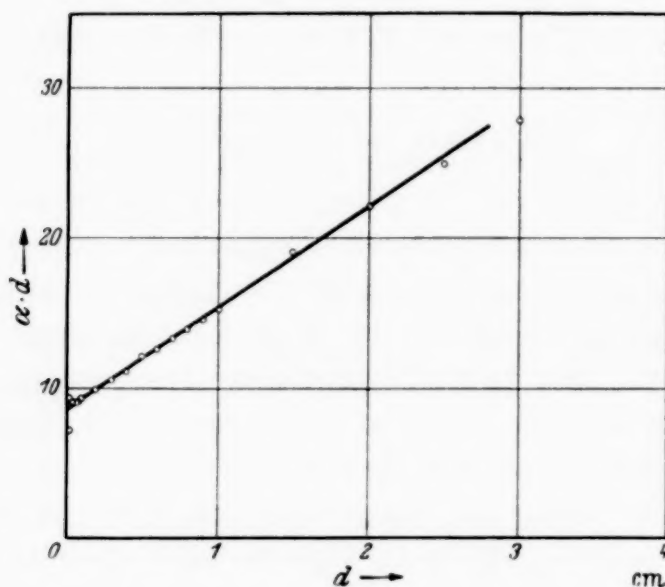


Fig. 2. Prüfung der Beziehung Gleichung (6).

Es ist durch Messungen anderer Verfasser bekannt, daß bei Entladungen in unedlen Gasen ultraviolettes Licht mit extrem hohen Absorptionskoeffizienten auftritt. Genaue Vergleichsmöglichkeiten fehlen jedoch, weil andere Versuchsbedingungen vorlagen. Greiner¹⁾ findet beispielsweise für die ultraviolette Strahlung im Zählrohr in Wasserstoff, umgerechnet für 760 Torr, einen Absorptionskoeffizienten von $1,53 \text{ cm}^{-1}$. Von Christof²⁾ wird auch aus Messungen der Koronaentladung im Zählrohr ein Absorptionskoeffizient des wirksamen ultravioletten Lichtes in Luft von 53 cm^{-1} festgestellt. Cravath³⁾ gibt an, daß in Funkenentladungen ultraviolettes Licht zweier Komponenten beobachtbar wird, und zwar mit den ungefähren Absorptionskoeffizienten $k_1 = 2 \text{ cm}^{-1}$ und $k_2 = 10 \text{ cm}^{-1}$. Diese Angaben sind zum Teil noch sehr widersprechend. Sie zeigen jedoch insgesamt,

¹⁾ E. Greiner, ZS. f. Phys. **81**, 543, 1933. — ²⁾ W. Christof, Ann. d. Phys. **30**, 446, 1937. — ³⁾ A. M. Cravath, Phys. Rev. **47**, 254, 1935.

daß der für die Elektronenauslösung an der Kathode maßgebliche Teil des ultravioletten Lichtes einen außerordentlich hohen Absorptionskoeffizienten hat.

Die Größe c in Gleichung (6) bzw. Gleichung (3) ermöglicht eine ungefähre Abschätzung der Lichtquantenausbeute. Es ist nämlich:

$$c = \ln \left(1 + \frac{\alpha - k}{a \vartheta \delta} \right).$$

Da für kleine Schlagweiten $\alpha \gg k$ ist, erhalten wir folgenden einfachen Zusammenhang:

$$c = \ln \frac{\alpha}{a \vartheta \delta}.$$

Für a ist bei ebenen Elektroden der Geometriefaktor $1/2$ einzusetzen. Durch Einsetzen des aus Fig. 2 entnommenen Wertes für c ergibt sich für die Lichtquantenausbeute δ an der

Kathode: $\delta \sim \frac{\alpha}{\vartheta} \cdot 10^{-4}$. Setzen

wir das Verhältnis von anregenden zu ionisierenden Stößen gleich 1, so ergibt sich für die Lichtquantenausbeute ein Wert, der den üblichen Vorstellungen entspricht.

In Fig. 3 ist der Gesamtverlauf der Funktion $\alpha \cdot d = f(d)$ gezeichnet, soweit sich die Werte nach den bisher vorliegenden Angaben berechnen

lassen. Oberhalb einer Schlagweite von 4 cm treten deutliche Abweichungen von dem anfangs linearen Verlauf auf. Diese können, neben der nur angenäherten Gültigkeit von Gleichung (6) ihre Ursache darin haben, daß bei größeren Schlagweiten auch andere Strahlungskomponenten mit geringeren Absorptionskoeffizienten von Bedeutung werden. Es ist aber auch möglich, daß bei sehr großen Schlagweiten ein restlicher, wenn auch sehr geringer Einfluß der Elektronenauslösung durch positive Ionen in Erscheinung tritt.

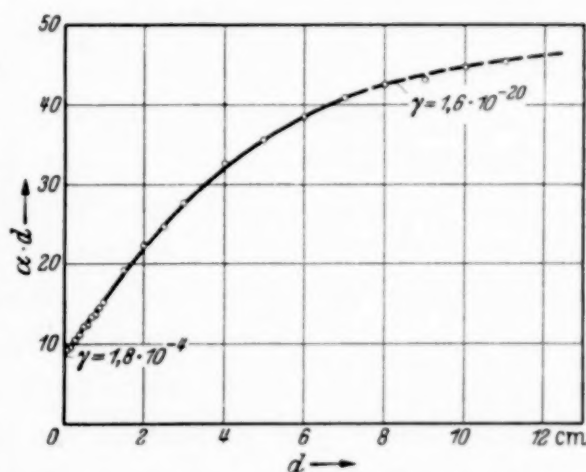


Fig. 3. Aus der Zündspannung berechnete Werte $\alpha \cdot d$ als Funktion des Elektrodenabstandes. Für zwei Punkte sind die sich für γ aus Gleichung 1 ergebenden Werte eingetragen.

IV. Spannungszusammenbruch.

In der bekannten von v. Hippel und Franck¹⁾ und von Rogowski und Mitarbeitern²⁾ durchgeführten Theorie wird das Absinken der Spannung nach erfolgter Zündung durch die Begünstigung der Ionisierungsbedingungen durch positive Raumladung begründet. Es steht außerhalb jedes Zweifels, daß durch die enorme Feldverzerrung auch eine Begünstigung der integralen Elektronenionisierung im Gasraum eintreten kann. Die Frage ist aber, ob sie die entscheidende Ursache des Spannungszusammenbruches beim atmosphärischen Durchschlag ist. Dieses muß sehr bezweifelt werden, nachdem die Rogowskische Annahme einer starken Feldstärkeabhängigkeit der Ionisierungszahl γ sich nicht mehr halten läßt. Die von Rogowski³⁾ neuerdings in Anlehnung an Untersuchungen des Verfassers in Edelgasen⁴⁾ eingeführte quadratische Erregung ist ebenfalls sehr hypothetischer Natur, weil es sehr fraglich ist, ob beim Durchschlag in Luft ähnliche stufenweise Ionisierungsvorgänge wie in Edelgasen eine Rolle spielen.

Eine neue Theorie des Durchschlages muß vor allem einem ganz charakteristischen Unterschied gegenüber dem Zündvorgang bei niedrigem Druck gerecht werden. Während sich bei niedrigem Druck die Spannungsabsenkung nach erfolgter Zündung in mäßigen Grenzen bewegt, erreicht sie bei hohen Drucken ein solches Ausmaß, daß man von einem „Spannungszusammenbruch“ spricht. Die Deutung dieses Unterschiedes im Rahmen des photoelektrischen Entladungsvorganges ist einfach. Jede Raumladung verlegt die Trägererzeugung und damit auch die Lichtemission in die Nähe der Kathode. Die Absorptionswege werden hierdurch geringer. Dieses hat eine ungeheure Verbesserung der Entladungsökonomie zur Folge, weil die Absorptionskoeffizienten der ultravioletten Strahlung enorm hoch sind. Die Spannung muß auf Bruchteile der Zündspannung herabsinken. Bei niedrigem Druck dagegen kann der Gewinn durch Aufhören der Absorptionsverluste nur geringer sein, weil diese von vornherein kleiner sind.

Zusammenfassend ergibt sich, daß die Annahme eines photoelektrischen Entladungsvorganges bei Durchschlag in Luft zwei wesentliche Schwierigkeiten der bisherigen Theorien beseitigen kann, erstens die scheinbare Feldstärkeabhängigkeit der Townsendschen Ionisierungszahl γ und

¹⁾ A. v. Hippel u. I. Franck, ZS. f. Phys. **52**, 696, 1926; A. v. Hippel, ebenda **97**, 495, 1935; Ergebn. d. exakt. Naturwiss. **14**, 1935. — ²⁾ W. Rogowski, Arch. f. Elektrotechn. **16**, 496, 1926; **24**, 679, 1930. — ³⁾ W. Rogowski, Naturwiss. **25**, 617, 1938; W. Rogowski u. A. Wallraff, ZS. f. Phys. **108**, 1, 1938. — ⁴⁾ R. Schade, Naturwiss. **25**, 448, 1937; ZS. f. techn. Phys. **11**, 596, 1937; Phys. ZS. **38**, 1021, 1937; ZS. f. Phys. **108**, 353, 1938.

zweitens die Schwierigkeit der Erklärung des Spannungszusammenbruches. Außerdem liefert sie auch die einfachste Deutung der außerordentlich kurzen Durchbruchzeiten.

Ob die hier vorgeschlagene Deutung der Wirklichkeit entspricht, muß jedoch noch experimentell geprüft werden. Eine Schwierigkeit für die neue Auffassung liegt zunächst noch in der Erklärung der verhältnismäßig hohen Aufbauzeiten der Entladung bei niederen Drucken. Die von Steenbeck¹⁾ und ebenfalls von dem Verfasser²⁾ bei niederen Drucken gemessenen Aufbauzeiten sind größer, als man beim photoelektrischen Entladungsmechanismus erwarten sollte. Während dies bei Edelgasen auf die Elektronenauslösung durch positive Ionen zurückgeführt werden muß, ist eine solche Deutung für den Fall unedler Gase, für welche Messungen von Steenbeck vorliegen, mit den oben entwickelten Vorstellungen unvereinbar. Es erscheint jedoch nicht ausgeschlossen, daß in diesem Falle verhältnismäßig große Lebensdauern von angeregten Zuständen eine Rolle spielen.

¹⁾ M. Steenbeck, ZS. f. techn. Phys. **10**, 480, 1929; Wiss. Veröff. a. d. Siemenskonzern **9**, 42, 1930. — ²⁾ R. Schade, ZS. f. techn. Phys. **17**, 391, 1936; ZS. f. Phys. **104**, 487, 1937.

Eine Methode zur Messung der elastischen Konstanten und der Phasengeschwindigkeiten transversaler und longitudinaler Wellen.

Von František Khol.

(Eingegangen am 10. November 1938.)

Zur Messung der elastischen Konstanten werden einerseits die statischen, andererseits die dynamischen Methoden verwendet. Die in dieser Arbeit beschriebene Methode gehört zu der Gruppe der Methoden, bei denen für die Bestimmung der elastischen Konstanten die Schwingungen von Platten verwendet werden. Zu diesem Zweck wurden die Transversalschwingungen¹⁾, die Längsschwingungen der rechteckigen²⁾ und kreisförmigen³⁾ Platten benutzt. — Die vorliegende Arbeit beschreibt eine dynamische Methode, die den Elastizitätsmodul E , die Poissonsche Konstante σ und die Phasengeschwindigkeiten der Transversal- und Longitudinalwellen im unbegrenzten Medium aus den Eigenfrequenzen von Radial- und Torsionsschwingungen der kreisförmigen Platten zu ermitteln erlaubt. Die Radial- und Torsionsschwingungen der Kreisplatten wurden von Petržílka⁴⁾ ⁵⁾ ⁶⁾ näher untersucht und als Längsschwingungen des Typus A und B bezeichnet.

I. Für die Eigenfrequenzen von Radial- und Torsionsschwingungen der kreisförmigen Platten wurden von Love⁷⁾ die Formeln

$$f_m = \frac{x_m}{\pi d} \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\sigma^2)}}, \quad f'_n = \frac{x'_n}{\pi d} \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}}, \quad m, n = 0, 1, \dots, \quad (1)$$

angegeben, wobei x_m die m -te Wurzel der Gleichung

$$x J_0(x) - (1 - \sigma) J_1(x) = 0, \quad (2)$$

x'_n die n -te Wurzel der Gleichung

$$x' J_0(x') - 2 J_1(x') = J_2(x') = 0, \quad (3)$$

d den Durchmesser der Platte, ρ das spezifische Gewicht des untersuchten Materials und $J_0(x)$, $J_1(x)$, $J_2(x)$ die Besselsche Funktion bedeutet.

Aus der Gleichung (2) ist ersichtlich, daß die einzelnen Wurzeln x_m dieser Gleichung von der Poissonschen Konstante σ abhängig sind, so daß wir

$$x_m = g_m(\sigma) \quad (4)$$

schreiben können.

¹⁾ A. Kalähne, Ber. d. D. Phys. Ges. **17**, 35, 1915. — ²⁾ I. Šimon, ZS. f. Phys. **106**, 379, 1937. — ³⁾ F. Khol, ebenda **108**, 225, 1938. — ⁴⁾ V. Petržílka, Ann. d. Phys. **15**, 881, 1932. — ⁵⁾ V. Petržílka, ebenda **23**, 156, 1935. — ⁶⁾ V. Petržílka, Čas. pro přest. mat. a fys. **65**, 110, 1936. — ⁷⁾ A. E. H. Love, A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Cambridge 1927, S. 497.

Die einzelnen Wurzeln x'_n der Gleichung (3) sind

$$x'_0 = 5,1355, \quad x'_1 = 8,4164, \quad x'_2 = 11,6196, \quad \dots^1), \quad (5)$$

also Konstante unabhängig von der Poissonschen Konstante σ .

Wenn wir die Poissonsche Konstante σ aus der Radial- und Torsionsschwingung ermitteln wollen, benutzen wir nachstehende Beziehung, die aus den Gleichungen (1) und (2) folgt:

$$\frac{f'_n}{f'_m} = \frac{x'_n}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{1-\sigma}}{x_m} = x'_n G_m(\sigma), \quad (6)$$

dabei ist für die Methode wesentlich, daß durch Division der Elastizitätsmodul E wegfällt.

Tabelle 1.

σ	x_0	x_1	x_2	f'_0/f_0	δ_0	f'_1/f_1	δ_1	f'_2/f_2	δ_2
0,000	1,842 30	5,331 60	8,536 30	1,9705		1,1162		0,9625	
0,025	1,861 00	5,336 40	8,539 26	1,9267	17,5	1,1011	6,0	0,9501	5,0
0,050	1,879 43	5,341 20	8,542 22	1,8836	17,2	1,0859	6,0	0,9376	5,0
0,075	1,897 59	5,346 00	8,545 18	1,8412	16,9	1,0706	6,1	0,9250	5,0
0,100	1,915 48	5,350 80	8,548 14	1,7994	16,7	1,0552	6,1	0,9122	5,1
0,125	1,933 10	5,355 60	8,551 10	1,7582	16,5	1,0396	6,2	0,8992	5,2
0,150	1,950 45	5,360 40	8,554 06	1,7175	16,3	1,0238	6,3	0,8860	5,3
0,175	1,967 53	5,365 20	8,557 02	1,6773	16,1	1,0078	6,4	0,8726	5,4
0,200	1,984 34	5,370 00	8,559 98	1,6376	15,9	0,9916	6,5	0,8590	5,4
0,225	2,000 88	5,374 80	8,562 94	1,5983	15,7	0,9752	6,6	0,8452	5,5
0,250	2,017 15	5,379 60	8,565 90	1,5594	15,5	0,9585	6,7	0,8312	5,6
0,275	2,033 15	5,384 40	8,568 88	1,5209	15,4	0,9415	6,8	0,8169	5,7
0,300	2,048 98	5,389 20	8,571 82	1,4828	15,2	0,9242	6,9	0,8023	5,8
0,325	2,064 54	5,394 00	8,574 78	1,4450	15,1	0,9066	7,0	0,7874	5,9
0,350	2,079 83	5,398 80	8,577 74	1,4075	15,0	0,8887	7,1	0,7723	6,0
0,375	2,094 85	5,403 60	8,580 70	1,3703	14,9	0,8705	7,3	0,7569	6,2
0,400	2,109 60	5,408 40	8,583 66	1,3333	14,8	0,8520	7,4	0,7412	6,3
0,425	2,124 08	5,413 20	8,586 62	1,2964	14,8	0,8332	7,5	0,7252	6,4
0,450	2,138 29	5,418 00	8,589 58	1,2595	14,8	0,8141	7,6	0,7089	6,5
0,475	2,152 23	5,422 80	8,592 54	1,2226	14,8	0,7947	7,7	0,6923	6,6
0,500	2,165 90	5,427 60	8,595 50	1,1857	14,7	0,7750	7,9	0,6754	6,7

Aus der Gleichung (6) folgt weiter

$$\sigma = \frac{1}{x'_n} F_{m,n} \left(\frac{f'_n}{f'_m} \right), \quad m, n = 0, 1, \dots \quad (7)$$

Die Werte von x'_m und der Funktion (7) für $m = n = 1, 2$ wurden aus den Gleichungen (2), (5) und (6) für verschiedene Werte der Poissonschen Konstante ermittelt und in die Tabelle 1 eingetragen.

¹⁾ Gray-Mathews-Macrobart, A Treatise on Bessel Functions, 2. Aufl., 1922.

Die Werte in der Tabelle 1 wurden mit Hilfe der Tabellen von Gray-Mathews-Macrobert, A Treatise on Bessel Functions, 2. Aufl., 1922, berechnet. δ_0 , δ_1 und δ_2 sind Differenzen für $\sigma = 0,001$.

Will man die elastischen Konstanten σ und E eines Materials ermitteln, so bestimmt man experimentell die Werte der Eigenfrequenzen von Radial- und Torsionsschwingungen einer kreisförmigen Platte aus dem untersuchten Material. Aus den gemessenen Frequenzen f_m und f'_n berechnet man das Verhältnis f'_n/f_m und zu diesem aus der Tabelle 1 die zugehörige Poissonsche Konstante σ . Zu dem so bestimmten Werte von σ berechnet man aus der Gleichung (2) oder aus der Tabelle 1 die Wurzeln x_0 , x_1 , x_2 , und aus den Beziehungen (1) den Elastizitätsmodul

$$E = (\pi d)^2 \varrho \sqrt{2(1+\sigma)(1-\sigma^2)} \frac{f_m f'_n}{x_m x'_n}. \quad (8)$$

Als Beispiel wurden die älteren Messungen von Petržílka¹⁾ bei den kreisförmigen Turmalinplatten ($\varrho = 3,108 \text{ g/cm}^3$) benutzt. Die Abmessungen der Platten, die gemessenen Eigenfrequenzen von Radial- und Torsionsschwingungen und die nach der neuen Methode ermittelten Werte von σ und E sind in der Tabelle 2 angegeben.

Für die beiden elastischen Konstanten gibt die Methode von Radialschwingungen²⁾ die Werte $\sigma = 0,323$ und $E = 2,615 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$ an.

Tabelle 2.

	m	f'_m	f_m	σ	$E \cdot 10^{-12}$
Platte III, $d = 10,00 \text{ mm}$ Dicke $D = 0,251 \text{ mm}$	0	923	637	0,323	2,620 2,610 2,602
	1	1507	1665	0,326	
	2	2085	2642	0,321	
Platte IV, $d = 10,30 \text{ mm}$ Dicke $D = 0,494 \text{ mm}$	0	895	619	0,329	2,618 2,626 2,608
	1	1463	1627	0,332	
	2	2015	2574	0,331	
Platte V, $d = 14,04 \text{ mm}$ Dicke $D = 0,500 \text{ mm}$	0	652	453	0,329	(2,531) 2,630 2,629
	1	1077	1191	0,327	
	2	1500	1875	(0,303)	
Platte VI, $d = 12,00 \text{ mm}$ Dicke $D = 0,773 \text{ mm}$	0	762	528	0,326	2,580 2,587 2,604
	1	1250	1382	0,327	
	2	1728	2208	0,331	

Mittelwerte: $\sigma = 0,327 \pm 0,002$; $E = 2,610 \pm 0,010 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$.

¹⁾ V. Petržílka, Ann. d. Phys. 15, 881, 1932. — ²⁾ F. Khol, ZS. f. Phys. 108, 225, 1938.

II. Die Formeln (1) können wir schreiben

$$f_m = \frac{x_m}{\pi d} \frac{\sqrt{1-2\sigma}}{1-\sigma} c_{\infty}^{\text{long}}, \quad f_n = \frac{x_n}{\pi d} c_{\infty}^{\text{trans}}, \quad (9)$$

woraus

$$c_{\infty}^{\text{long}} = \pi d \frac{1-\sigma}{x_m \sqrt{1-2\sigma}} f_m \quad \text{bzw.} \quad c_{\infty}^{\text{trans}} = \frac{\pi d}{x_n} f_n, \quad (10)$$

wobei c_{∞}^{long} bzw. $c_{\infty}^{\text{trans}}$ die Phasengeschwindigkeit der Longitudinal- bzw. Transversalwellen im unbegrenzten Medium bedeutet, denn aus der Elastizitätstheorie¹⁾

$$c_{\infty}^{\text{long}} = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}}, \quad c_{\infty}^{\text{trans}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}} \quad (11)$$

folgt.

Die Werte von c_{∞}^{long} und $c_{\infty}^{\text{trans}}$ wurden nach den Formeln (10) für Turmalin ermittelt und in der Tabelle 3 zusammengestellt. Die zur Berechnung benutzten Messungen wurden von V. Petržílka²⁾ an der senkrecht zur optischen (= elektrischen) Achse geschliffenen Turmalinplatten durchgeführt.

Tabelle 3.

$m =$	$c_{\infty}^{\text{trans}}$ in m/sec			c_{∞}^{long} in m/sec		
	0	1	2	0	1	2
Platte III	5646,4	5625,1	5637,3	11 060	11 064	11 044
„ IV	5639,4	5624,7	5611,5	10 773	10 837	10 783
„ V	(5472,5)	(5515,8)	(5694,0)	11 043	11 112	11 005
„ VI	5593,8	5599,0	5606,4	11 001	11 021	11 076

Mittelwerte: $c_{\infty}^{\text{trans}} = 5620 \pm 12$ m/sec, $c_{\infty}^{\text{long}} = 10985 \pm 78$ m/sec.

Zusammenfassung. In der vorliegenden Arbeit wird eine Meßmethode, die Radial- und Torsionsschwingungen der kreisförmigen Platten zur Bestimmung elastischer Konstanten E , σ und der Phasengeschwindigkeiten transversaler und longitudinaler Wellen im unbegrenzten Medium verwendet, beschrieben.

Lysá n/L. 834, Tschechoslowakei.

¹⁾ G. Joos, Lehrbuch der theoretischen Physik, 2. Aufl., S. 156. —

²⁾ V. Petržílka, Ann. d. Phys. **15**, 881, 1932.

[Mitteilung der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung
(Osram-Konzern).]

Die Strahlungsflüsse der Spektrallinien in der Quecksilberhochdruckentladung in Abhängigkeit von Leistung, Druck und Rohrdurchmesser.

Von **J. Kern** und **P. Schulz** in Berlin.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 21. November 1938.)

Die Strahlungsflüsse der Linien 5770/91 Å, 3650/55/63 Å, 5461 Å und 4358 Å in Quecksilberhochdruckentladungen werden in Abhängigkeit von Leistung, Rohrdurchmesser und Druck gemessen. Die Breite des Entladungsbogens wird ebenfalls als Funktion von Leistung, Rohrdurchmesser und Druck bestimmt. Der Verlauf der Strahlungsflüsse wird durch Änderung von Temperatur und Breite des Entladungsbogens gedeutet.

Die vom Stromkreis zugeführte elektrische Energie wird in der positiven Säule einer Entladung im wesentlichen von den Elektronen aufgenommen. Die Elektronen besitzen eine Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung, gegenüber der die Driftgeschwindigkeit in Richtung zur Anode zu vernachlässigen ist. Man kann deshalb von einer Elektronentemperatur sprechen. In der Hochdruckentladung bewirkt die starke Wechselwirkung infolge der großen Dichte einen Ausgleich der mittleren Energie der einzelnen Energieformen¹⁾. Anregungsenergie der Terme und Translationsenergie der Atome stehen im Gleichgewicht mit der Elektronenenergie. Für jedes Volumenelement herrscht weitgehend Temperaturgleichgewicht. Die austretende Strahlung kann daher als Temperaturleuchten des Gases aufgefaßt werden. Durch Leistungsfluß aus der Säule durch Wärmeleitung und Ausstrahlung und in vielen Fällen durch die Konvektion wird ein Temperaturabfall zum Rande des Entladungsgefäßes bewirkt²⁾. Temperatur und Dichte bestimmen die Zahl N^* der angeregten Atome. Sie beträgt:

$$N^* = N g_{0i} e^{-\frac{eV_i}{kT}}. \quad (1)$$

N ist die Zahl der Atome im Grundzustand, g_{0i} das Verhältnis der statistischen Gewichte des angeregten und des Grundzustandes. V_i ist die

¹⁾ R. Mannkopf, ZS. f. Phys. **86**, 161, 1933; W. Elenbaas, Physica **2**, 169, 1935. — ²⁾ W. Elenbaas, Physica **1**, 673, 1934; **3**, 484, 1936; R. Rompe u. W. Thouret, Verh. d. D. Phys. Ges. **19**, 46, 1938.

Anregungsspannung des betrachteten Terms. Die Stärke einer Linie ist gegeben durch:

$$S = N^* A h \nu. \quad (2)$$

Mit Gleichung (1) folgt hieraus:

$$S = N A g_{0i} h \nu e^{-\frac{e V_i}{k T}}. \quad (3)$$

A ist die Übergangswahrscheinlichkeit. Sie hängt mit der klassischen Oszillatorenstärke zusammen durch den Ausdruck:

$$A = \frac{8\pi e^2}{m c^3} \nu^2 f g_{ki}.$$

Darin bedeuten: f die Oszillatorenstärke, g_{ki} das Verhältnis der statistischen Gewichte vom oberen und unteren Zustand der betrachteten Linie. Hierin ist noch nicht die Reabsorption berücksichtigt. Sie ruft eine Verminderung der ausgestrahlten Intensität hervor und wirkt demnach wie eine Verkleinerung der Übergangswahrscheinlichkeit.

Die Strahlungsstärken von Spektrallinien hängen in erster Linie von der Zahl der Atome im oberen Zustand nach Gleichung (2) ab. Aber wegen der nicht immer zu vernachlässigenden Reabsorption kann auch die Konzentration der Atome im unteren Zustand der Linie von Bedeutung werden.

Kreffft, Larché und Rößler¹⁾ haben Untersuchungen über die Strahlungsausbeuten der Triplettnebenserien bei der Hochdruckentladung in Quecksilberdampf bei konstanter Stromstärke mit steigendem Dampfdruck bis zu 30 at gemacht. Messungen der Strahlungsflüsse von größeren, technisch wichtigen Strahlungsbereichen in Abhängigkeit von Leistung, Druck und Rohrdurchmesser stammen von Kern²⁾.

Im folgenden sollen Messungen über die Abhängigkeit der Stärken von Spektrallinien in der Quecksilberhochdruckentladung von Leistung, Gradient (und damit vom Druck)³⁾ und Rohrdurchmesser mitgeteilt werden. Gemessen wurde die Strahlstärke der Linien 5770/91 Å, 5461 Å, 4358 Å und 3650/55/63 Å. Die Linien zerfallen in zwei Gruppen, nämlich die Linien 5770/91 Å und 3650/55/63 Å, die die energetisch etwa gleich hoch liegenden 3 D -Terme als *obere* Terme und die Linien 5461 Å und 4358 Å, die beide den 2 3S_1 -Term als *oberen* Zustand haben (vgl. Fig. 1). Die Linien in den einzelnen Gruppen unterscheiden sich durch den *unteren* Term, wodurch die Reabsorption verschieden in Erscheinung treten kann.

¹⁾ H. Krefft, K. Larché u. F. Rößler, ZS. f. techn. Phys. **17**, 324, 1936.

— ²⁾ J. Kern, ZS. f. techn. Phys. **19**, 249, 1938. — ³⁾ Mit steigendem Druck nimmt der Gradient zu.

Die Strahlstärke der Linien wurde auf der optischen Bank mit Sperrschichtzelle und Galvanometer gemessen. Zur Aussonderung der Linien dienten folgende Filter von Schott u. Gen.:

Linie	Filter
5770/91 Å	OG 2 (2 mm), BG 18 (1 mm), VG 3 (1 mm)
5461 Å	OG 1 (1 mm), BG 11 (16 mm), BG 18 (3 mm)
4358 Å	GG 3 (4 mm), BG 12 (4 mm)
3650/55/63 Å	UG 2 (2 mm), BG 12 (4 mm)

Die Entladungsgefäße waren Quarzröhren, deren Innendurchmesser von 6 bis 12 mm variiert wurden. Der Elektrodenabstand betrug 40 mm.

Als Elektroden wurden Wolframwendeln, die mit einem Gemisch von Oxyden aktiviert waren, verwendet. Der Meßbereich erstreckte sich von 30 bis 60 Volt/cm (entsprechend einem Druckbereich von etwa 4 bis 12 Atm.) bei Leistungsaufnahmen zwischen 40 und 80 Watt je cm Bogenlänge. Die Röhren wurden mit Wechselstrom betrieben.

Die Tabellen 1 bis 3 enthalten die Meßergebnisse. Die Strahlungsflüsse sind in Watt angegeben. Die Eichung der Meßanordnung auf Strahlungs-

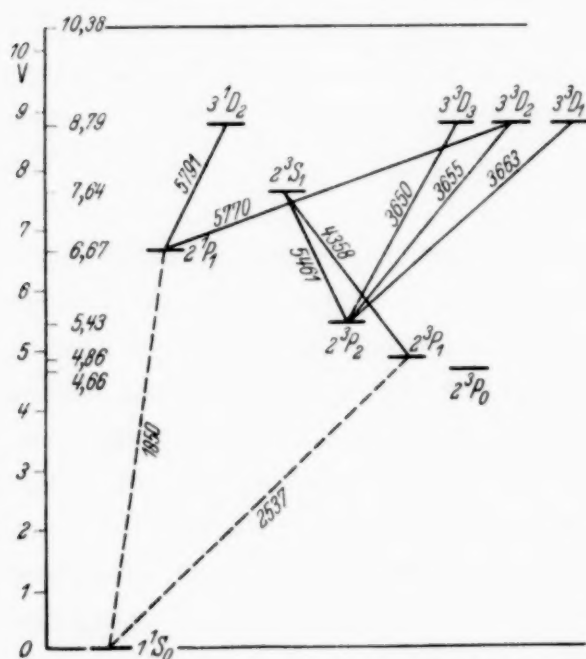


Fig 1. Vereinfachtes Termschema des Quecksilbers.

flüsse in Watt wurde mit einer UV-Normallampe nach Krefft, Rößler und Rüttenauer¹⁾, deren spektrale Energieverteilung von Rößler²⁾ bestimmt worden ist, vorgenommen.

In Tabelle 1 ist der Strahlungsfluß für die Linien 5770/91 Å, 5461 Å und 3650/55/63 Å in Abhängigkeit von der insgesamt aufgenommenen Leistung eingetragen. Der Rohrdurchmesser beträgt 10 mm, der Spannungsabfall 31 Volt/cm. Der Strahlungsfluß der Linien geht bei gleichem Druck und gleichem Rohrdurchmesser linear mit der Leistung. Aus Fig. 2 ist dieser Zusammenhang ersichtlich. Es ist hier die relative Änderung des Strahlungs-

¹⁾ H. Krefft, F. Rößler u. A. Rüttenauer, ZS. f. techn. Phys. **18**, 20, 1937. — ²⁾ F. Rößler, Ann. d. Phys. **34**, 1938/39 im Erscheinen.

flusses mit der Leistung pro cm Säulenlänge aufgezeichnet¹⁾. Sie ist für alle Linien etwa dieselbe.

Die Zunahme des Strahlungsflusses einer Linie mit der Leistung je cm kann, wenn wir von der Reabsorption absehen, nach Gleichung (3) auf zwei Ursachen zurückgeführt werden.

1. Die Temperatur im Entladungskanal ändert sich mit der aufgenommenen Leistung.

Tabelle 1. Strahlungsfluß der Linien 5770/91 Å, 3650/55/63 Å und 5461 Å in Abhängigkeit von der Gesamtleistung (Spannungsabfall 31 Volt/cm, Rohrdurchmesser 10 mm, Elektrodenabstand 40 mm).

Gesamtleistung in Watt	Leistung je cm (Kathoden- und Anodenfall ist mit 15 Volt in Anrechnung gebracht)	Strahlungsfluß in Watt für		
		5770/91 Å	3650/55/63 Å	5461 Å
160	35,7	5,3	6,9	6,2
200	44,6	7,3	9	8,1
240	53,6	9,1	11,8	10,2
280	62,5	10,9	14	12,4
320	71,4	12,4	16,2	14,2

Tabelle 2. Strahlungsfluß der Linien 5770/91 Å, 3650/55/63 Å, 5461 Å und 4358 Å in Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser (Leistung 54 Watt/cm, Spannungsabfall 31 Volt/cm, Elektrodenabstand 40 mm).

Rohrdurchmesser in mm	Strahlungsfluß in Watt für			
	5770/91 Å	3650/55/63 Å	5461 Å	4358 Å
6	9,3	14,3	8,7	7,4
7	9,4	13,4	9,6	7,9
8,5	9,5	12,9	10,3	8,3
10	9,5	12,4	10,6	8,3
12	9,3	12,1	11,2	8,5

Tabelle 3. Strahlungsfluß der Linien 5770/91 Å, 3650/55/63 Å, 5461 Å und 4358 Å in Abhängigkeit vom Spannungsabfall (Leistung 60 Watt/cm, Rohrdurchmesser 10 mm, Elektrodenabstand 40 mm).

Gesamt- spannungs- abfall in Volt	Spannungsabfall je cm (15 Volt für Anoden- und Kathodenfall abgezählt)	Gesamt- leistung in Watt	Strahlungsfluß in Watt für			
			5770/91 Å	3650/55/63 Å	5461 Å	4358 Å
140	31,3	269	10,9	13,2	11,0	9,5
160	36,3	265	10,8	13,8	11,9	10,7
200	46,3	259	9,4	12,4	12,2	10,7
236	55,3	256	8,5	11,5	12,6	11,7

¹⁾ Bei der Berechnung der Leistung je cm sind für Kathoden- und Anodenfall 15 Volt in Anrechnung gebracht.

2. Die Zahl der angeregten Atome nimmt zu, weil die Zahl N der Atome im Entladungskanal größer geworden ist. Letzteres kann bei gleichbleibender Temperatur, da der Druck (Gradient) bei den Messungen konstant gehalten wird, nur auf einer Vergrößerung der Breite des Entladungskanals beruhen.

Der Strahlungsfluß der Linien geht nach Gleichung (3) mit $e^{-\frac{eV_i}{kT}}$. Bei Temperaturerhöhung im Entladungskanal nimmt also die Strahlung

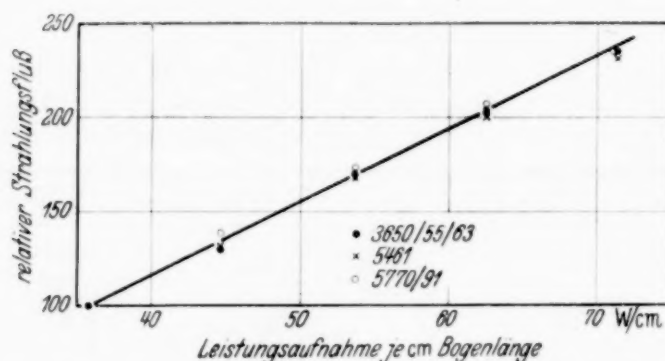


Fig. 2. Strahlungsfluß der Linien 5770/91 Å, 3650/55/63 Å, 5461 Å in Abhängigkeit von der Leistung. Rohrdurchmesser 10 mm, Spannungsabfall 31 Volt/cm. (Die Strahlungsflüsse bei 35,7 Watt sind für alle Linien gleich 100 gesetzt.)

der Linien, die von höheren Niveaus ausgehen, stärker zu als die der Linien mit kleinerem Niveau.

Für den Strahlungsfluß einer Linie mit der Anregungsspannung V_i gilt bei verschiedenen Temperaturen, wenn die Veränderung von A durch Reabsorption vernachlässigt wird, nach Gleichung (3)¹⁾:

$$\frac{S_2}{S_1} = e^{\frac{eV_i}{k} \left(\frac{T_2 - T_1}{T^2} \right)} \quad (4a)$$

oder:

$$\frac{T_2 - T_1}{T^2} = \frac{k}{eV_i} \ln \frac{S_2}{S_1} \quad (4b)$$

S_2 , S_1 sind die Strahlungsflüsse bei den Temperaturen T_2 bzw. T_1 . Für die Linien 5770/91 Å ist nach Tabelle 1 $S_2 = 12,4$ Watt bei 320 Watt Leistungsaufnahme, $S_1 = 5,28$ Watt bei 160 Watt und somit:

$$\frac{S_2}{S_1} = 2,35. \quad (5)$$

Unter der Annahme, daß die Zunahme der Strahlung nur durch Temperaturerhöhung bedingt ist, folgt nach Gleichung (4b) mit $V_i = 8,8$ Volt:

$$\frac{T_2 - T_1}{T^2} = 8,4 \cdot 10^{-6}.$$

¹⁾ Die Veränderung von N mit der Temperatur braucht wegen der nur geringen Temperaturänderungen nicht berücksichtigt werden.

Für die Linie 5461 Å mit $V_i = 7,6$ Volt ergibt sich dann nach Gleichung (4a) für dieselbe Temperaturänderung

$$\frac{S_2}{S_1} = 2,1. \quad (6)$$

Der Strahlungsfluß der Linie 5461 Å sollte also nur um das 2,1fache anwachsen, wenn die Zunahme der Strahlungsflüsse der Linien 5770/91 Å das 2,35fache beträgt. Wie aus Fig. 2 hervorgeht, ist aber der Anstieg für alle Linien der gleiche. Es ist nun die Frage zu stellen, ob durch die Reabsorption der an sich kleine Unterschied verdeckt werden kann. Denn die Zahl der Atome im 2^3P_2 -Zustand, von der z. B. die Reabsorption der Linie 5461 Å abhängt, würde bei der hier in Frage kommenden Temperaturänderung auf etwa das 1,6fache ansteigen. Aus einem Vergleich der Linien 5770/91 Å und 3650/55/63 Å können wir aber schließen, daß die Reabsorption offenbar nicht von großem Einfluß ist. Beide Liniengruppen gehen von Zuständen derselben Niveauhöhe aus und müssen deshalb in ihrer Strahlung, wenn man von der Reabsorption absieht, dasselbe Verhalten zeigen. Bezüglich der Reabsorption unterscheiden sie sich aber wesentlich. Die Reabsorption der Linien 5770/91 Å ist wegen des relativ hoch liegenden unteren Niveaus 2^1P_1 (Anregungsspannung 6,67 Volt) und der großen Linienbreite klein im Verhältnis zur Reabsorption der Linien bei 3650 Å, deren unteres Niveau der sehr viel tiefer liegende 2^3P_2 -Term (5,43 Volt) ist¹⁾. Wie aus Fig. 2 hervorgeht, unterscheiden sich die beiden Liniengruppen bei unseren Messungen aber nicht. Wir schließen daraus, daß die Reabsorption auf den Verlauf der Strahlungsflüsse in unserem Fall nur wenig Einfluß hat.

Aus dem gleichen relativen Anstieg der Strahlungsflüsse *aller* untersuchten Linien muß dann aber der Schluß gezogen werden, daß sich die Temperatur mit größerer Leistungsaufnahme der Entladung nicht merklich erhöht, so daß die Zunahme des Strahlungsflusses im wesentlichen nicht auf Temperaturerhöhung beruht. Es muß vielmehr angenommen werden, daß die größere Ausstrahlung auf einer Zunahme der Zahl der Atome im Entladungskanal beruht. Da der Druck konstant gehalten wurde, kann diese Vergrößerung der Zahl der Atome nur auf eine Verbreiterung des Entladungskanals zurückgeführt werden. Es ist also $S \sim N \sim r^2$, wo r der Radius des Entladungskanals ist. Da nach den vorliegenden Messungen $S \sim L$ (L = Leistung) ist, ergibt sich $r \sim \sqrt{L}$.

¹⁾ R. Rompe u. P. Schulz, ZS. f. Phys. **108**, 654, 1938.

Um diese Beziehung zu prüfen, wurde die Leuchtdichteverteilung quer zur Bogenachse gemessen. Der Entladungsbogen wurde etwa siebenfach vergrößert auf einer rechteckigen Blende von 0,3 mm Breite, hinter der eine Sperrschichtzelle angeordnet war, abgebildet. Durch Verschiebung von Blende und Zelle senkrecht zur Bogenachse wurde die Leuchtdichteverteilung gemessen.

Fig. 3 zeigt die Leuchtdichteverteilung für verschiedene Leistungen je cm. Die Breite des Kanals soll durch die Halbwertsbreite, das ist der

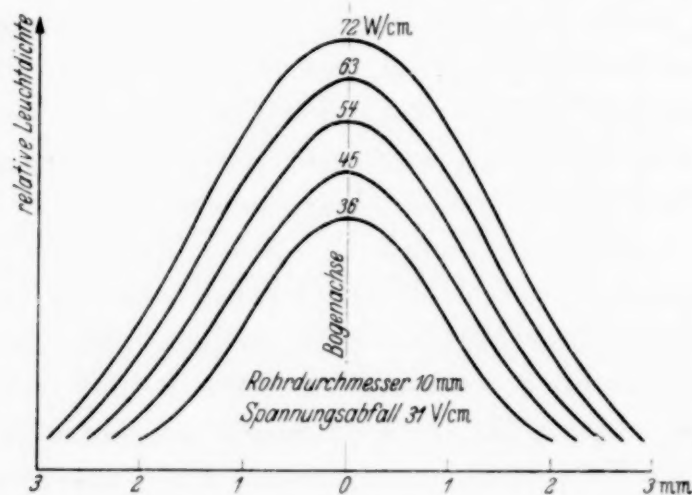


Fig. 3. Leuchtdichteverteilung senkrecht zur Bogenachse für verschiedene Leistungen je cm Bogenlänge.

Abstand der beiden Punkte quer zur Achse, für die die Leuchtdichte auf den halben Wert gesunken ist, angegeben werden. Die Halbwertsbreiten sind in Tabelle 4 enthalten.

Tabelle 4. Halbwertsbreiten des Entladungskanals in Abhängigkeit von der Leistung [Rohrdurchmesser (innen) 10 mm, Elektrodenabstand 40 mm, Gradient 31 Volt/cm].

Leistung Watt	Leistung je cm in der positiven Säule Watt	Halbwertsbreite mm	Halbwertsbreite theoretisch mm
160	35,7	2,28	2,28
200	44,6	2,63	2,54
240	53,6	2,88	2,79
280	62,5	3,07	3,02
320	71,4	3,31	3,22

Außer der direkt gemessenen Gesamtleistung ist die Leistung je cm, die auf die positive Säule entfällt, angegeben. Für Kathoden- und Anodenfall ist dabei ein Spannungsabfall von zusammen 15 Volt in Anrechnung gebracht.

Schließlich sind noch die theoretisch zu erwartenden Halbwertsbreiten eingetragen, wenn die Breite mit der Wurzel aus der Leistung geht. Wie man sieht, wächst die Halbwertsbreite ziemlich genau mit der Wurzel aus der Leistung an. Wir können für unseren Meßbereich also aussagen, daß die Temperatur in erster Näherung bei gleichem Spannungsabfall und gleichem Rohrdurchmesser unabhängig von der aufgenommenen Leistung ist, daß der Querschnitt der Entladungsbahn aber linear mit der aufgenommenen Leistung wächst.

Im vorhergehenden wurde die Temperatur im Entladungsbogen stillschweigend als unabhängig vom Abstand von der Entladungsachse angenommen. In Wirklichkeit fällt die Temperatur von der Mitte des Lichtbogens zu den Seiten ab. Wir wollen nun als effektive Temperatur eine solche Temperatur bezeichnen, bei der der Strahlungsfluß gerade gleich dem gemessenen Wert wäre, wenn im ganzen Entladungskanal innerhalb der Halbwertsbreite diese Temperatur herrschen würde, während außerhalb dieses Bereichs die Temperatur vernachlässigbar niedrig ist.

Die effektive Temperatur kann aus dem Strahlungsfluß einer Linie nach Gleichung (3) berechnet werden. Es ist:

$$T = \frac{e V_i}{k \ln \frac{N h \nu A g_{0i}}{S}} \quad (7)$$

Wir können hier nur eine sehr rohe Abschätzung der Temperatur geben, da die Übergangswahrscheinlichkeiten A nicht bekannt sind. Wir setzen für die gelben Quecksilberlinien (5770/91 Å) $A = 10^8$ an, was größenordnungsmäßig richtig sein dürfte. Da A in den Logarithmus eingeht, fällt ein Fehler nicht sehr schwer ins Gewicht. Für 240 Watt beträgt der Strahlungsfluß nach Tabelle 1 9,1 Watt. Die Anzahl N der Atome im Entladungskanal beträgt, wenn wir als Breite des Entladungskanals nach Tabelle 4 2,88 mm und als Druck [nach Messungen von Krefft, Larché und Rößler¹⁾ extrapoliert] 5,5 at bei etwa 6000°²⁾ annehmen:

$$N = 1,75 \cdot 10^{18}.$$

Das Verhältnis der statistischen Gewichte der oberen Zustände zum Grundzustand beträgt für die gelben Linien 10. Hiermit erhält man:

$$T = 5700^\circ.$$

¹⁾ H. Krefft, K. Larché u. F. Rößler, ZS. f. techn. Phys. **17**, 374, 1936.

— ²⁾ Da N nur im Logarithmus eingeht, macht ein kleiner Fehler in der Temperatur nur wenig aus.

Wahrscheinlich ist der Wert etwas zu niedrig. Nach Elenbaas¹⁾ ist die Maximaltemperatur darstellbar durch

$$T_{\max} = 6025 \left(\frac{L}{8,5 + 5,75 m} \right)^{0,1},$$

wo L die Leistung pro cm, m die Menge des Quecksilbers in mg je cm Säulenlänge bedeuten. m betrug in unserer Entladung 4,7 mg. Obwohl die Formel von Elenbaas eine Abhängigkeit der maximalen Temperatur von der

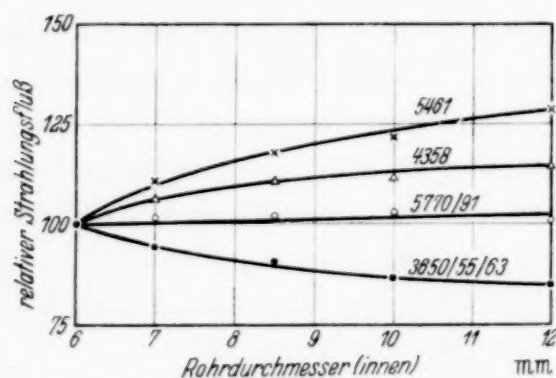


Fig. 4. Strahlungsfluß der Linien 5770/91 Å, 3650/55/63 Å, 5461 Å und 4358 Å in Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser. Leistung 54 Watt/cm, Spannungsabfall 31 Volt/cm. (Die Strahlungsflüsse bei 6 mm Rohrdurchmesser sind für alle Linien gleich 100 gesetzt.)

Leistung enthält, die in unserem Bereich für die effektive Temperatur nicht besteht, ergibt sie mit $T_{\max} = 6300^{\circ}$ einen vergleichbaren Wert. Unser Wert liegt zwar merklich unter diesem, aber wegen der nur ungefähr bekannten Übergangswahrscheinlichkeit A beansprucht auch unsere Temperaturangabe keine große Genauigkeit.

Eine lineare Abhängigkeit des Strahlungsflusses von der Leistung, wie sie für die ein-

zelnen Linien besteht, hat Elenbaas²⁾ für die Gesamtstrahlung gefunden. Nach Elenbaas ist die Gesamtstrahlung darstellbar durch:

$$S = f(L - A),$$

wo L die aufgenommene Leistung bedeutet. f und A sind Konstante. A ist der Teil der Leistung, der durch Wärmeleitung verlorengeht. $L - A$ wird in Strahlung verwandelt. Davon wird der Bruchteil f im umgebenden Gasmantel und der Quarzwand absorbiert. Während diese Beziehung für die Gesamtstrahlung unabhängig von Gradient und Rohrdurchmesser gilt, ändern sich aber die Strahlungsflüsse der einzelnen Linien mit Gradient und Rohrdurchmesser (Tabelle 2 und 3). Fig. 4 zeigt die Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser für verschiedene Linien bei gleichem Gradienten und gleicher Leistung. — Mit größerem Durchmesser des Entladungsgefäßes nimmt nun auch gleichzeitig der Durchmesser des Entladungskanals (etwa linear) zu, wie aus Tabelle 5 hervorgeht, die die Halbwertsbreiten des Entladungskanals in Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser angibt.

¹⁾ W. Elenbaas, Physica 2, 757, 1935. — ²⁾ W. Elenbaas, Physica 4, 413, 1937.

Tabelle 5. Halbwertsbreiten des Entladungskanals in Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser (Leistung 60 Watt/cm, Gradient 31 Volt/cm, Elektrodenabstand 40 mm).

Rohrdurchmesser mm	Halbwertsbreiten mm
6	1,78
10	2,87
15	4,07

Tabelle 6. Halbwertsbreiten des Entladungskanals in Abhängigkeit von der Spannung (Leistung 60 Watt/cm, Rohrdurchmesser 10 mm, Elektrodenabstand 40 mm).

Spannung Volt	Halbwertsbreiten mm
100	3,02
139	2,88
200	2,88
238	3,05

Da die Gesamtstrahlung nach Elenbaas (l. c.) konstant bleibt, folgt notwendig hieraus, daß die effektive Temperatur mit zunehmendem Rohrdurchmesser abnimmt. Denn die Anzahl N der Atome im Entladungskanal nimmt wegen der größeren Halbwertsbreite zu. Bei gleichbleibender Temperatur müßte dann auch die Gesamtstrahlung zunehmen.

Infolge der niedrigeren Temperatur im Entladungsbogen bei größerem Rohrdurchmesser nimmt die relative Besetzungszahl der Terme ab. Andererseits hat die Zahl der Atome, die an der Entladung beteiligt sind, zugenommen, weil der Durchmesser des Entladungskanals, wie wir gesehen haben, mit dem Rohrdurchmesser anwächst. Nun ist, wie aus Fig. 4 hervorgeht, der Strahlungsfluß der Linien 5770/91 Å ungefähr unabhängig vom Rohrdurchmesser. Das bedeutet, daß für die oberen Terme der Linien 5770/91 Å die Abnahme der Anzahl angeregter Atome N^* infolge Temperaturerniedrigung etwa ausgeglichen wird durch die Zunahme von N^* infolge Vergrößerung der Anzahl N der Atome im Entladungsbogen. Dasselbe gilt auch für die Linien 3650/55/63 Å, die von derselben oberen Niveauhöhe ausgehen (vgl. Fig. 1). Hier tritt aber die Reabsorption stärker in Erscheinung, während die Reabsorption der gelben Linien 5770/91 Å vernachlässigbar klein ist¹⁾. Die Reabsorption der Linien 3650/55/63 Å nimmt aber mit wachsendem Rohrdurchmesser zu, wie sich aus folgendem ergibt. Bei den 3 D -Termen gleichen sich, wie wir gesehen haben, gerade die Änderung der Anzahl der angeregten Atome infolge Abnahme der Besetzungszahl durch Temperaturerniedrigung und Zunahme von N wegen der größeren Kanalbreite aus. Die Besetzungszahlen des 2^3P_2 -Terms, der für die Reabsorption der Linien 3650/55/63 Å maßgeblich ist, nimmt viel langsamer mit der Temperatur ab als die der höheren 3 D -Terme, da sie nach Gleichung (1)

mit $e^{-\frac{eV_i}{kT}}$ geht. Infolgedessen überwiegt hier der Einfluß der Zunahme

¹⁾ R. Rompe u. P. Schulz, l. c.

von N , der ja für alle Terme der gleiche ist, gegenüber der Abnahme der Besetzungszahl durch Temperaturerniedrigung, d. h. die Reabsorption der Linien $3650/55/63 \text{ \AA}$ nimmt mit zunehmendem Rohrdurchmesser zu. Der Strahlungsfluß dieser Linien muß also mit dem Rohrdurchmesser etwas abnehmen. Dies steht in Übereinstimmung mit dem experimentellen Befund (Fig. 4).

Die Linien 5461 \AA und 4358 \AA gehen von dem 2^3S_1 -Zustand aus. Dieser Term liegt tiefer als die $3D$ -Terme. Seine Besetzungszahl nimmt deshalb schwächer mit der Temperatur ab als die der $3D$ -Terme. Es wird also mit wachsendem Rohrdurchmesser der Einfluß der Zunahme von N infolge

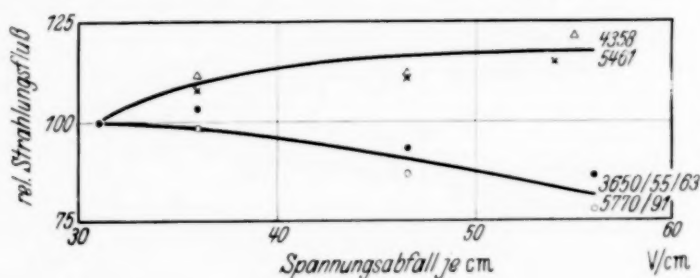


Fig. 5. Strahlungsfluß der Linien $5770/91 \text{ \AA}$, $3650/55/63 \text{ \AA}$, 5461 \AA und 4358 \AA in Abhängigkeit vom Spannungsabfall. Rohrdurchmesser 10 mm, Leistung 60 Watt/cm. (Die Strahlungsflüsse bei 31 Volt/cm sind für alle Linien gleich 100 gesetzt.)

der Verbreiterung des Entladungskanals größer sein als der der Temperaturerniedrigung. Wir erwarten daher einen Strahlungsfluß, der mit dem Rohrdurchmesser zunimmt. Dies ist in der Tat der Fall, wie Fig. 4 zeigt. Die Reabsorption macht sich bei der Linie 4358 \AA stärker bemerkbar als bei der Linie 5461 \AA , da ihr unteres Niveau (2^3P_1) mit 4,86 Volt tiefer liegt als das der Linie 5461 \AA (2^3P_2) mit 5,43 Volt und daher stärker besetzt ist. Die Intensität der Linie 4358 \AA steigt deshalb weniger stark mit dem Rohrdurchmesser an.

Ganz ähnlich ist auch die Abhängigkeit der Strahlung der Linien vom Druck bzw. Spannungsabfall je cm erklärbar. Fig. 5 zeigt die Strahlungsflüsse der Linien $5770/91 \text{ \AA}$, $3650/55/63 \text{ \AA}$, 5461 \AA und 4358 \AA in Abhängigkeit vom Gradienten bei gleicher Leistung und gleichem Rohrdurchmesser.

Wie Tabelle 6 zeigt, ist die Breite des Entladungskanals unabhängig vom Gradienten. Tabelle 6 enthält die gemessenen Halbwertsbreiten.

Daraus folgt, daß die Temperatur mit steigendem Gradienten abnimmt; denn die Gesamtstrahlung bleibt nach Elenbaas (l. c.) konstant. Die Zahl der Atome im Entladungskanal nimmt aber mit dem Gradienten zu, weil

der Druck ansteigt. Bei gleichbleibender Temperatur müßte deshalb die Gesamtstrahlung bei größeren Gradienten größer werden.

Die Ausstrahlung einer Linie bei steigendem Gradienten wird einerseits verringert wegen der niedrigeren Temperatur, andererseits wird sie vergrößert wegen der größeren Anzahl N der Atome, die am Entladungsvorgang wegen der Druckerhöhung teilnehmen. Aus dem Anstieg der Strahlungsflüsse der Linien 5461 \AA und 4358 \AA mit dem Spannungsabfall je cm nach Fig. 5 kann man folgern, daß für ihren oberen Term 2^3S_1 die Vergrößerung der Anzahl der angeregten Atome N^* wegen der Zunahme der Anzahl der Atome durch Druckerhöhung gegenüber der Abnahme von N^* infolge Temperaturerniedrigung überwiegt.

Über das Verhalten der Reabsorption läßt sich folgendes aussagen: Die Anzahl der Atome im 2^3P_1 - bzw. 2^3P_2 -Zustand, von deren Konzentration die Reabsorption dieser beiden Linien abhängt, nimmt mit größerem Gradienten zu. Denn wir haben oben gesehen, daß für den 2^3S_1 -Zustand die Zahl der angeregten Terme zunimmt. Dann muß aber für die 2^3P_1 - bzw. 2^3P_2 -Zustände, deren Anregungsspannung kleiner ist, nach Gleichung (1) erst recht eine Zunahme stattfinden. Wir erwarten aus diesem Grunde eine Vergrößerung der Reabsorption. Demgegenüber steht eine Verringerung der Reabsorption wegen der größeren Breite der Spektrallinien infolge Druckerhöhung, so daß die Reabsorption nahezu unabhängig vom Gradienten ist. Den nur geringen Einfluß der Reabsorption sieht man auch aus dem nahezu gleichen Verhalten der Strahlungsflüsse der Linien 5461 \AA und 4358 \AA bei Änderung des Gradienten trotz der verschiedenen Anregungsspannungen ihrer unteren Niveaus.

Für die $3D$ -Terme, den Ausgangstermen der Linien $5770/91 \text{ \AA}$ und $3650/55/63 \text{ \AA}$, nimmt wegen der höheren Anregungsspannung V_i die Besetzungszahl nach Gleichung (1) stärker mit der Temperatur ab als die des 2^3S_1 -Terms. Hier überwiegt die Verringerung der Besetzungszahl den Einfluß der Zunahme der Anzahl N der Atome durch Druckerhöhung. Deshalb ist der Strahlungsfluß dieser Linien bei größerem Gradienten geringer (Fig. 5). Aus dem angenähert gleichen Verhalten der Linien $5770/91 \text{ \AA}$ und $3650/55/63 \text{ \AA}$ sieht man wieder, daß sich die Reabsorption nur wenig ändert. Es ist anscheinend sogar so (Fig. 5), daß der Strahlungsfluß der Linien $3650/55/63 \text{ \AA}$ mit der stärkeren Reabsorption bei wachsendem Gradienten etwas schwächer abfällt als der der Linien $5770/91 \text{ \AA}$. Das würde bedeuten, daß die Reabsorption kleiner wird. Man muß daraus schließen, daß die Verringerung der Reabsorption infolge wachsender Breite der

Spektrallinien von größerem Einfluß ist als die Zunahme der Atome im 2^3P_2 -Zustand.

Zusammenfassung. Der Strahlungsfluß der Linien ergibt sich aus der Zahl der Atome im oberen und (wegen der Reabsorption) im unteren Zustand und wird bestimmt durch Temperatur, Druck (Gradient) und Breite des Entladungskanals.

I. Aus dem gleichmäßigen Anstieg aller untersuchten Linien und dem linearen Anwachsen des Querschnitts des Entladungsbogens mit der Leistung bei konstanten Gradienten und Rohrdurchmessern wird auf ungefähr gleichbleibende „effektive“ Temperatur im Entladungskanal geschlossen. Die Zunahme der Strahlung ist im wesentlichen durch Verbreiterung des Entladungsbogens bedingt.

II. Bei gleichem Gradienten und gleicher Leistung wächst der Strahlungsfluß der Linien 5461 \AA und 4358 \AA mit dem Rohrdurchmesser, während der Strahlungsfluß der Linien $5770/91 \text{ \AA}$ bzw. $3650/55/63 \text{ \AA}$ konstant bleibt bzw. abnimmt. Der Verlauf der Strahlungsflüsse wird durch Abnahme der Temperatur bei gleichzeitiger Zunahme der Breite des Entladungsbogens mit größerem Rohrdurchmesser erklärt. Unterschiede in den Strahlungsflüssen von Linien, die von demselben oberen Niveau ausgehen, werden durch Reabsorption hervorgerufen.

III. Bleiben Rohrdurchmesser und Leistung unverändert, so wächst der Strahlungsfluß der Linien 5461 \AA und 4358 \AA etwa gleichmäßig mit dem Gradienten (Druck), während der Strahlungsfluß der Linien $5770/91 \text{ \AA}$ und $3650/55/63 \text{ \AA}$ abnimmt. Die Breite des Entladungsbogens bleibt unverändert. Durch Temperaturniedrigung im Entladungsbogen und Zunahme der Anzahl der Atome durch Druckerhöhung mit wachsendem Gradienten kann der Verlauf der Strahlungsflüsse gedeutet werden.

Herrn cand. phil. Walentowski danken wir für seine Hilfe bei vielen Messungen.

Über die Anreicherung des N^{15} -Isotops und einige spektroskopische Untersuchungen am N^{15} .

Von **Hubert Krüger** in Berlin-Charlottenburg*).

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 8. November 1938.)

Mit einer 42 gliedrigen Hertzschen Isotopentrennungsapparatur konnten Anreicherungen des N^{15} -Isotops von $N^{14} : N^{15} = 4 : 1$ erreicht werden. Aus der Alternierung der N_2^{15} -Banden folgt als wahrscheinlichster Wert für den Kernspin des N^{15} $I = 1/2$. Aus dem Intensitätswechsel geht ferner hervor, daß der N^{15} -Kern die Gesetze der Fermi-Statistik befolgt, während bekanntlich der N^{14} -Kern der Bose-Statistik genügt¹⁾).

I. Anreicherung des N^{15} -Isotops. Nachdem die Methode der Isotopentrennung nach Hertz²⁾ durch Diffusion in einen Quecksilberdampfstrahl an günstigen Objekten, wie die Trennung der Neonisotope³⁾ und der Argonisotope⁴⁾ ausprobiert worden war, wurde nunmehr versucht, die Methode auf einen Fall anzuwenden, bei dem die Verhältnisse wesentlich ungünstiger liegen, nämlich auf die Anreicherung des N^{15} -Isotops. Wooldridge und Smythe⁵⁾ hatten mit einer 34 gliedrigen Tonröhrenapparatur bereits eine Anreicherung des N^{15} -Isotops im NH_3 versucht und gaben an, eine Anreicherung von 3% N^{15} erreicht zu haben, wie sie aus den Bandenintensitäten entnahmen. Solche Anreicherungen reichen aber im allgemeinen nicht aus, um spektroskopisch über die Eigenschaften des N^{15} -Isotops etwas aussagen zu können.

Bei den vorliegenden Versuchen wurde die Anreicherung mit einer 42 gliedrigen Dampfstrahlapparatur in N_2 vorgenommen. Im normalen Stickstoff kommt das N^{15} -Isotop zu 0,4% vor. Es besteht also das Molekülgas aus etwa 99% N_2^{14} , 0,8% $N^{14} N^{15}$ und 0,0016% N_2^{15} ⁶⁾. Da die im Ausgangsmaterial bereits vorhandenen N_2^{15} -Moleküle vernachlässigt werden können, trennt man also praktisch die $N^{14} N^{15}$ -Moleküle von den N_2^{14} -Molekülen, d. h. die Masse 29 von der Masse 28. Der Trennfaktor q eines Trennungs-

*) D. 83.

¹⁾ Kurze Mitteilung erfolgte in *Naturwissenschaften* **26**, 445, 1938. —

²⁾ G. Hertz, *ZS. f. Phys.* **91**, 810, 1934. — ³⁾ H. Barwich, ebenda **100**, 166, 1936. — ⁴⁾ H. Kopfermann und H. Krüger, ebenda **105**, 389, 1937.

— ⁵⁾ D. E. Wooldridge und W. R. Smythe, *Phys. Rev.* **50**, 233, 1936. —

⁶⁾ $x\%$ $N^{14} + y\%$ N^{15} setzen sich bekanntlich zusammen zu

$$\frac{x^2}{100} \% N_2^{14} + \frac{2xy}{100} \% N^{14} N^{15} + \frac{y^2}{100} \% N_2^{15}.$$

gliedes ist nun stark von diesen beiden Massenzahlen m und m' abhängig. Nach überschlägigen Rechnungen von Barwich (a. a. O.) gilt nämlich

$$\ln q = \text{const } (r + r_{\text{Hg}})^2 (\sqrt{m} - \sqrt{m'}).$$

r_{Hg} und r sind hierbei die Radien des Hg-Atoms und des zu untersuchenden Moleküls. Diese Beziehung wurde von Barwich experimentell sehr gut bestätigt. Gut gemessen ist der Trennfaktor für die Neonisotope in der gegenwärtigen Anordnung zu 1,2 pro Trennungsglied. Daraus ergibt sich unter Berücksichtigung der Radien und Massenzahlen für den vorliegenden Fall der Trennfaktor q

$$q_{29/28} \approx 1,1.$$

Während daher im Falle der Neonisotope für eine 42 gliedrige Apparatur der gesamte Trennfaktor der Apparatur

$$Q = 1,2^{42} \approx 2100$$

beträgt, ist für die Anreicherung des $\text{N}^{14}\text{N}^{15}$ gegen N_2^{14} nur mit einem Trennfaktor

$$Q = 1,1^{42} \approx 50$$

zu rechnen. Das bedeutet aber, daß ausgehend vom normalen Isotopengemisch im Endzustand der Trennung höchstens eine Anreicherung

$$\text{N}_2^{14} : \text{N}^{14}\text{N}^{15} = 2,5 : 1$$

zu erwarten ist, d. h. ein Gemisch von etwa

$$69\% \text{ N}_2^{14}, \quad 28\% \text{ N}^{14}\text{N}^{15} \quad \text{und} \quad 3\% \text{ N}_2^{15} \\ (\text{N}^{14} : \text{N}^{15} = 5 : 1).$$

Dabei muß man durch regelmäßige Erneuerung des Gases im „leichten Endvolumen“ dafür Sorge tragen, daß dieses nicht an N^{15} verarmt.

Bei der Berechnung des Trennungsergebnisses haben wir die im Ausgangsgemisch bereits vorhandenen N_2^{15} -Moleküle vernachlässigt. Sie werden auch im Trennungsvorgang wegen ihrer relativ geringen Anzahl keine wesentliche Rolle spielen. Die Bildung der N_2^{15} -Moleküle erfolgt erst im wesentlichen in einer elektrodenlosen Gasentladung, die während des Versuches im „schweren Endvolumen“ betrieben wird. Wichtig ist jedoch, sich davon zu überzeugen, daß der Trennfaktor N_2^{15} gegen N_2^{14} ausreicht, um die auf Grund der Trennung $\text{N}^{14}\text{N}^{15}$ gegen N_2^{14} erreichte Anreicherung aufrechtzuerhalten. Wie die obige Formel für den Trennfaktor ergibt, trifft dies zu. Andernfalls müßte N^{15} als N_2^{15} aus dem „schweren Endvolumen“ wieder in die Apparatur zurückdiffundieren.

Für die Anreicherung des N^{15} -Isotops im NH_3 sollte der Trennfaktor wegen der kleineren Molekülmassen 18 und 17 etwas günstiger liegen. Es

wurden auch einige Versuche mit Ammoniak ausgeführt. Die Anreicherung war aber hier trotz längerer Versuchszeiten (150 Stunden) nicht viel besser als bei Wooldridge und Smythe. Es liegt dies vermutlich daran, daß es schwer ist, Ammoniak in der für die Anreicherung notwendigen Reinheit herzustellen.

Bei der Anreicherung im N_2 waren die Resultate wesentlich günstiger¹⁾. Der Endzustand der Trennung bei regelmäßiger Erneuerung des Gases (alle 12 Stunden) im „leichten Endvolumen“, welches 25 Liter umfaßte, wurde bei einem „schweren Endvolumen“ von 500 cm³ nach 120 Stunden erreicht und führte zu einer Anreicherung

$$N_2^{14} : N^{14}N^{15} = 4,5 : 1,$$

d. h. zu einem Gemisch 81% N_2^{14} , 18% $N^{14}N^{15}$ und 1% N_2^{15} ($N^{14} : N^{15} = 9 : 1$). Dieser Anreicherung entspricht ein Trennfaktor $N^{14}N^{15}$ gegen N_2^{14} $Q = 28$, pro Trennungsglied $q = 1,08$. Es ist dieser Wert durchaus mit den Messungen an anderen Isotopen zu vereinbaren. Der Gasdruck betrug bei den Versuchen 2 mm Hg und die Heizleistung pro Pumpe 150 Watt.

Die Anreicherung wurde spektroskopisch verfolgt; es wurden aus der schon genannten elektrodenlosen Entladung, die direkt im „schweren Endvolumen“ zum Zwecke des Zerschlagens der $N^{15}N^{14}$ -Moleküle betrieben wurde, die Banden $2 \rightarrow 0$ des Triplettsystems des N_2 bei 3000 Å mit einem kleinen Quarzspektrographen photographiert, und die infolge Isotopieverschiebung freiliegenden Teile der $N^{14}N^{15}$ -Bande und der N_2^{15} -Bande beobachtet. Durch Variation der Belichtungszeit konnte aus den Schwärzungen an den Bandenkanten unter Vernachlässigung des Schwarzschild-Exponenten die Anreicherung abgeschätzt werden. Es läßt sich dieses Verfahren bei kleinen Anreicherungen gut durchführen. Bei größeren Anreicherungen wachsen die Fehler wegen der Überlagerung der nur zum Teil freiliegenden Banden der Isotopenmoleküle mit der N_2^{14} -Bande. Immerhin wird auch dort der Fehler kaum 15% übersteigen. Es ist dieses spektroskopische Verfahren sehr praktisch, weil es vor allem ohne Materialverlust durchgeführt werden kann.

Weitere Anreicherungsversuche konnten noch mit einem Stickstoffisotopengemisch ausgeführt werden, das aus einem bereits an N^{15} angereicherten Ammoniumchlorid²⁾ hergestellt wurde. Auf Grund des oben

¹⁾ Der Stickstoff wurde aus Natriumazid hergestellt. — ²⁾ Für die Überlassung dieses 1,9% N^{15} enthaltenden Präparates danke ich Herrn Prof. Urey. Es wurde nach einem Rektifikationsverfahren hergestellt. H. C. Urey, J. R. Huffman, H. G. Thode u. M. Fox, Journ. Chem. Phys. **5**, 856, 1937.

gemessenen Trennfaktors sollte hier die Anreicherung zu Gemischen führen, die etwa 30% N^{15} enthalten. Die erzielten Anreicherungen blieben jedoch demgegenüber zurück und lagen bei etwa 20% N^{15} . Das gemessene Anreicherungsverhältnis $N_2^{14} : N^{14}N^{15}$ hatte den Wert 2:1. Das Gemisch

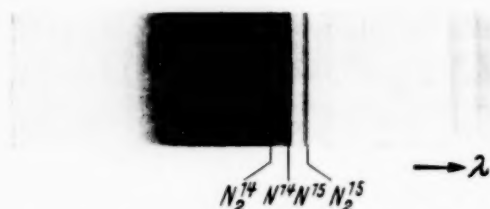


Fig. 1. Kontrollaufnahme im Endzustand der Trennung (Banden 2 \rightarrow 0 des N_2).

enthielt also 64% N_2^{14} , 32% $N^{14}N^{15}$ und 4% N_2^{15} ($N^{14} : N^{15} = 4 : 1$). Fig. 1 zeigt eine Kontrollaufnahme dieser Anreicherung. Die Zeit bis zum Erreichen dieses Endzustandes betrug auch etwa 120 Stunden bei gleichen Versuchsbedingungen wie oben. Die schlechtere Übereinstimmung mit der

berechneten Ausbeute liegt vermutlich an dem geringeren Reinheitsgrad, mit dem sich Stickstoff aus Ammoniumchlorid gewinnen läßt¹⁾ im Vergleich zur Herstellung aus Natriumazid.

II. Spektroskopische Untersuchung des N^{15} . Mit dem an N^{15} angereicherten Gemisch wurden einige spektroskopische Untersuchungen vorgenommen. Die Untersuchung der N_2^{15} -Banden bezüglich ihres Intensitätswechsels würde keine besondere Schwierigkeit bieten, wenn es gelänge, das N^{15} -Isotop weitgehend abzutrennen. Bei den erzielten Anreicherungen sind aber die N_2^{15} -Banden zum großen Teil von den N_2^{14} - und den $N^{14}N^{15}$ -Banden überdeckt und es bleiben zur Untersuchung nur die durch Isotopieverschiebung heraustretenden, freiliegenden Teile übrig. Die Isotopieverschiebung im Bandenspektrum wird in ihrer Größe und Richtung hauptsächlich durch den Isotopieeffekt der Schwingungsterme bestimmt. Der Unterschied in der Schwingungsenergie E_s entsprechender Zustände zweier Isotopenmoleküle mit den resultierenden Massen μ und μ' ²⁾ berechnet sich in erster Näherung zu³⁾

$$\Delta E_s = (q - 1) E_s,$$

wobei $q = \sqrt{\frac{\mu'}{\mu}}$ ist.

¹⁾ Das NH_4Cl wurde mit CaO erhitzt und das entstehende NH_3 über glühendem CuO oxydiert. Das Gas wurde dann durch Ausfrieren von H_2O befreit. Etwaige Stickoxyde konnten mit glühendem Cu reduziert werden. Dabei entfernte man auch O_2 -Verunreinigungen.

²⁾ Die resultierende Masse eines Moleküls mit den Kernmassen m und m' ist

$$\mu = \frac{m \cdot m'}{m + m'}.$$

³⁾ Vgl. hierzu W. Weizel, Handb. d. Exper. Phys., Erg.-Bd. 1.

Den Molekülen mit den größeren resultierenden Massen kommen dabei die kleineren Energiewerte zu. Die Formel stimmt recht gut, wenn $|q - 1| \ll 1$ ist. Für den Fall der Stickstoffmoleküle ergeben sich die Werte

$$N^{14}N^{15} \text{ gegen } N_2^{14} \quad q - 1 = 0,017,$$

$$N_2^{15} \text{ gegen } N_2^{14} \quad q - 1 = 0,034.$$

Im Spektrum bedeutet dies eine Verschiebung in der Frequenz um

$$\Delta \nu = (q - 1) \nu_s.$$

ν_s ist dabei der Abstand der Nullstelle der Bande von der Nullstelle des Bandensystems. Die Bandenlinien der schwereren Isotopenmoleküle sind

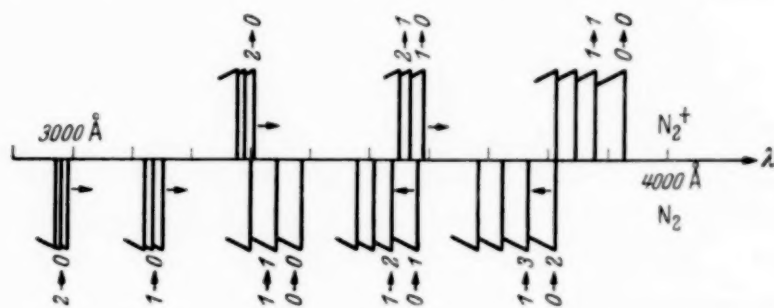


Fig. 2. Übersicht über die Bandenkanten des N_2 und N_2^+ und Richtung der Isotopieverschiebungen der Kanten für die schweren Isotopenmoleküle.

in Richtung auf die Nullstelle des Bandensystems hin verschoben. Es handelt sich nun darum, die für die oben besprochene Untersuchung geeignete Stelle im Bandensystem herauszufinden.

Man kennt verschiedene Bandensysteme des Stickstoffmoleküls. Im Sichtbaren und nahen Ultraviolett liegt ein Triplettbandensystem des N_2 und ein Dublettbandensystem des N_2^+ -Moleküls¹⁾. Diese Dublettbanden eignen sich wegen ihrer einfachen Struktur am besten für die Untersuchung des Intensitätswechsels. Beide Bandensysteme, die sich überlagern, sind nach dem Ultravioletten hin abgeschattigt. Zur Übersicht sind in Fig. 2 die Kanten beider Systeme in der üblichen Darstellungsweise aufgezeichnet. Die Zahlen an den Kanten bedeuten die Schwingungsquantenzahlen der Übergänge. Die Banden des $N^{14}N^{15}$ -Moleküls sind gegenüber diesen N_2^{14} -Banden in Richtung auf die Nullstelle des Bandensystems, die in der Nähe des $0 \rightarrow 0$ -Schwingungsüberganges liegt, verschoben. Die N_2^{15} -Banden sind nochmal etwa um das gleiche Stück herausgerückt. Die Pfeile in der Figur deuten die Richtung dieser Verschiebungen an. Am besten eignet sich für die Untersuchung der Schwingungsübergang $1 \rightarrow 0$ des N_2^+ . Die

¹⁾ Vgl. hierzu auch W. Weizel, Handb. d. Exper. Phys., Erg.-Bd. 1.
Zeitschrift für Physik. Bd. 111.

N_2^+ -Dublettbande besteht aus einem *R*-Zweig und aus einem *P*-Zweig mit Kante und rücklaufendem Teil. Die Dublettstruktur macht sich erst bei hohen Rotationsquantenzahlen bemerkbar. Im untersuchten Gebiet $p = 1 \dots 10$ erscheinen die Linien einfach. An der diskutierten Stelle ist die Isotopieverschiebung, wie man aus den angegebenen Formeln berechnen kann, so groß, daß der *P*-Zweig bis zur Kante ganz frei liegt.

Als Lichtquelle diente eine wassergekühlte Hohlkathode. Das Volumen des Entladungsrohres betrug nur etwa 150 cm^3 , weil nur kleine Gasmengen zur Verfügung standen¹⁾. Die Hohlkathode selbst, sowie auch die Anode bestand aus Aluminium, welches das Gas besonders wenig gettert. Die Wasserkühlung war erforderlich, um die Gastemperatur möglichst gering zu halten. Dadurch wird der rücklaufende Teil der Bande hinter der Kante in seiner Intensität so schwach, daß man die Linien vor der Kante ungestört untersuchen kann. Die Gastemperatur konnte bei Entladungsströmen bis zu 50 mA auf 350 bis 400° K gehalten werden, wie sich aus den Intensitätsverteilungen in der Bande ergab. Dabei haben die rücklaufenden Linien weniger als $1/20$ der Intensität der Linien vor der Kante. Als Spektrograph diente ein 80000-Strich-Plangitter in dritter Ordnung, das bei einer Kamera-brennweite von 180 cm eine Dispersion von $3,03 \text{ Å/mm}$ lieferte. Die für die Intensitätsmessungen erforderlichen Schwärzungsmarken wurden gleichzeitig auf dieselbe Platte mit Hilfe eines Pt-Stufenkeils photographiert, wobei Zn-Linien bei 3600 Å benutzt wurden.

An dem bekannten Intensitätswechsel 1 : 2 der N_2^{14} -Bande²⁾ konnte die Methode auf genügende Genauigkeit geprüft werden. In Fig. 3 sieht man eine Vergrößerung einer Aufnahme des *P*-Zweiges der Bande $1 \rightarrow 0$ des N_2^{14} . Es sind nur die zur Kante hinlaufenden Rotationslinien mit merklicher Intensität vorhanden. Fig. 4 zeigt dann den freiliegenden, entsprechenden Teil der $N^{14}N^{15}$ -Bande. Die Rotationslinien haben keinen Intensitätswechsel. Aus ihrem Intensitätsverlauf sind auf Grund der Hönl-Londonschen Formeln³⁾ die oben angegebenen Gastemperaturen berechnet unter Benutzung der von Coster und Brons⁴⁾ gemessenen Konstanten für den oberen Schwingungszustand $v' = 1$.

Bei den erzielten Anreicherungen sind die N_2^{15} -Banden noch sehr schwach gegen die übrigen Stickstoffbanden. Jedoch ist auch hier ein Intensitäts-

¹⁾ In 500 Stunden Anreicherungszeit konnte 1 Liter von etwa 7 mm Hg Endgemisch gewonnen werden. — ²⁾ L. S. Ornstein u. W. R. v. Wijk, ZS. f. Phys. **49**, 315, 1928; W. R. v. Wijk, ebenda **59**, 313, 1930. — ³⁾ H. Hönl u. F. London, ebenda **33**, 803, 1925. — ⁴⁾ D. Coster u. H. H. Brons, ebenda **73**, 747, 1932.

wechsel zu erkennen, wie Fig. 5 zeigt¹⁾. Seine Größe läßt sich aber wegen des zwischen den Linien liegenden Untergrundes nur ungenau bestimmen. Die Theorie des Intensitätswechsels²⁾ sagt über die möglichen Werte folgendes aus:

Kernspin $I = 1/2$,	Intensitätswechsel 1 : 3
$I = 1$,	1 : 2
$I = 3/2$,	1 : 1,67

Man kann nun mit einiger Sicherheit aus den aufgenommenen Photometerkurven³⁾ schließen, daß der Intensitätswechsel wesentlich größer als 1 : 1,67

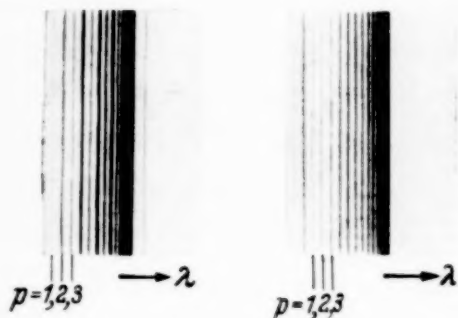


Fig. 3. P-Zweig der N_2^{14+} -Bande $1 \rightarrow 0$.

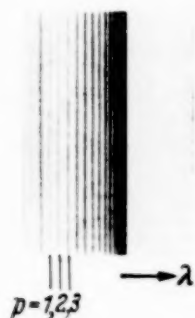


Fig. 4. P-Zweig der $N_2^{14}N^{15+}$ -Bande $1 \rightarrow 0$.

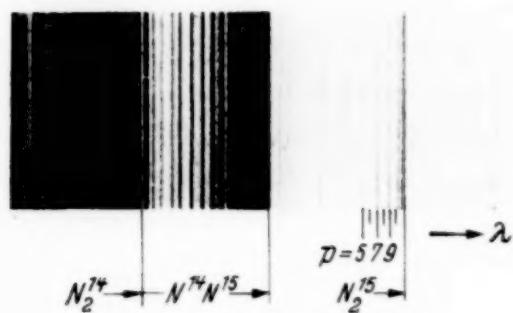


Fig. 5. P-Zweige der N_2^{14+} , $N_2^{14}N^{15+}$ und N_2^{15+} -Banden $1 \rightarrow 0$.

sein muß. Da der N^{15} -Kern wie alle Kerne mit ungerader Massenzahl nur einen halbzahligen Drehimpuls haben kann, so ist sein Kernspin mit großer Wahrscheinlichkeit $I = 1/2$.

Es ist von Bedeutung, den Rotationslinien der N_2^{15} -Bande eindeutig die richtigen Rotationsquantenzahlen zuzuordnen, da je nach dem verstärkten Auftreten der geraden oder ungeraden Rotationsterme auf die Art der Kernstatistik geschlossen werden kann. Die ersten Bandenlinien sind zu schwach, um eine konsequente Zählung der Rotationslinien von der Nulllinie an zuzulassen. Die Numerierung kann daher nur indirekt erfolgen.

Die Änderung des Trägheitsmomentes des N_2^{14} -Moleküls gegenüber dem $N_2^{14}N^{15}$ - bzw. N_2^{15} -Moleküls ist so klein, daß die Rotationsstruktur der Banden sich praktisch nicht ändert. Man darf deshalb erwarten, daß Linien gleicher Rotationsquantenzahl in den verschiedenen Isotopenbanden etwa gleiche Abstände von der Kante haben. Die Ausmessung der Linienabstände von der jeweiligen Kante führte zu einer eindeutigen Numerierung (siehe Tabelle 1). Die geringe Abnahme der Abstände mit wachsender

¹⁾ Auf den Originalaufnahmen ist dieser Wechsel deutlicher sichtbar.

— ²⁾ F. Hund, ZS. f. Phys. **42**, 93, 1927. — ³⁾ Herr Prof. Grotrian stellte freundlicherweise das Mikrophotometer zur Verfügung.

Molekülmasse stimmt überein mit dem zu erwartenden, nur ganz unbedeutenden Isotopieeffekt der Rotationsstruktur. Demnach zeigen in der

N_2^{14} -Bande die P -Linien gerader Laufzahl,
in der

N_2^{15} -Bande die P -Linien ungerader Laufzahl
stärkere Intensität.

Tabelle 1. Abstände der Rotationslinien im P -Zweig der Bande $1 \rightarrow 0$ der Isotopenmoleküle von der jeweiligen Bandenkante.

Rotationslinie	N_2^{14}	$N^{14} N^{15}$	N_2^{15}
	$\Delta \nu$ [cm $^{-1}$]	$\Delta \nu$ [cm $^{-1}$]	$\Delta \nu$ [cm $^{-1}$]
$p = 9$	4,8 schw.	4,9	4,8 stark
8	6,5 stark	6,4	— schw.
7	8,5 schw.	8,4	8,3 stark
6	10,9 stark	10,6	— schw.
5	13,5 schw.	13,1	12,8 stark
4	16,3 stark	15,9	
3	19,3 schw.	18,8	
2	22,6 stark	22,0	
1	— schw.	25,6	

Da nachgewiesenermaßen der N^{14} -Kern der Bose-Statistik gehorcht, so ist hiermit eindeutig der Nachweis erbracht, daß der N^{15} -Kern den Gesetzen der Fermi-Statistik genügt. Das ist gerade das, was man auch theoretisch erwarten sollte, da der N^{14} -Kern aus einer geraden Zahl von Teilchen, der N^{15} -Kern aus einer ungeraden Zahl von Teilchen aufgebaut ist.

Diese Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule in Berlin unter Anleitung von Herrn Prof. H. Kopfermann ausgeführt. Ihm sei für die Anregung und dauernde Unterstützung gedankt.

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft stellte die Spektrographen und die Geldmittel für den Ausbau der Diffusionsapparatur zur Verfügung. Auch Herrn Prof. Geiger danke ich für die Überlassung von Institutsmitteln.

Über den Einfluß von Verzerrungen durch nichtlineare Gleichrichtung auf die Messung von Dielektrizitätskonstanten mittels der Schwebungsmethode.

Von **S. R. Khastgir** und **K. Sirajuddin** in Dacca (Indien).

(Eingegangen am 7. November 1938.)

Bei der Untersuchung der Dielektrizitätskonstanten eines Elektronen enthaltenden Raumes beobachteten Prasad und Verma¹⁾, daß die mit dem Schwebungsverfahren gemessene Dielektrizitätskonstante von der Größe der angelegten Hochfrequenzspannung abhing. Die von ihnen benutzten Frequenzen lagen im Mittel in der Größenordnung von 10^6 Schwingungen pro Sekunde. Unsere Messungen der Dielektrizitätskonstanten eines Elektronen enthaltenden Raumes zeigten indessen keine derartige Abhängigkeit. Wir glauben, daß die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von der Stärke des Wechselfeldes, wie sie von Prasad und Verma beobachtet wurde, durch eine Verzerrung verursacht wird, die bei hohen Signalspannungen durch die nichtlineare Charakteristik des Detektors hervorgerufen wird.

Wenn E_s eine sinusförmige Wechselspannung mit der Frequenz $\omega/2\pi$ bedeutet, die von dem mit dem Versuchskondensator verbundenen Sender auf den Eingang des Empfangssystems gegeben wird, und E_L eine Spannung mit der nahe dabeiliegenden Frequenz $\frac{\omega \pm \Delta\omega}{2\pi}$ im Detektorkreis darstellt, kann man zeigen, daß im Empfangssystem eine modulierte Spannung auftritt, die man in folgender Form²⁾ anschreiben kann:

$$E = E_s (1 + m \cos \Delta\omega t) \sin \omega t, \quad (1)$$

wo m den Modulationsgrad $\left(m = \frac{E_L}{E_s}\right)$ bedeutet, wobei vorausgesetzt werden muß, daß m sehr klein ist.

Wir wollen hier die Ballantinesche³⁾ Behandlung der Wirkungsweise der Anodengleichrichtung einer Triode betrachten, wenn ihr eine hohe Signalspannung der Form, wie sie Gleichung (1) darstellt, zugeführt wird. Unter der Voraussetzung, daß der äußere Widerstand rein ohmisch ist, kann man zeigen, daß das Verhältnis des der ersten Harmonischen

¹⁾ S. P. Prasad u. M. N. Verma, ZS. f. Phys. **99**, 552, 1936 und **107**, 441, 1937. — ²⁾ E. L. Chaffee, Theory of Thermionic vacuum Tubes, p. 548. — ³⁾ S. Ballantine, Proc. Inst. Radio Eng. **17**, 1153, 1929.

entsprechenden Stromes I_2 , der die doppelte Frequenz besitzt, zum Grundstrom I_1 dargestellt wird durch

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{E_L}{4E_s} \left[1 + \frac{R \cdot R_i}{R + R_i} \cdot \frac{E_s}{\mu^2} \right], \quad (2)$$

wo R den äußeren Widerstand des Anodenkreises, R_i den Innenwiderstand der Röhre und μ den Verstärkungsfaktor der Röhre bedeutet. Die Verzerrung wird dann durch dieses Verhältnis gemessen.

Bei geeigneter Wahl der Variablen in Gleichung (2) kann man sehen, daß die Verzerrung zunächst mit der Zunahme von E_s zurückgeht, ein Minimum erreicht und dann bei weiterer Zunahme von E_s ansteigt. Bei den Versuchen von Prasad und Verma sieht die Änderung von ΔC mit der Hochfrequenzspannung ganz ähnlich aus und kann mit Hilfe der Verzerrungskurve erklärt werden. Es sei bemerkt, daß der Hörfrequenzton, der nahezu dieselbe Frequenz wie der Überlagerungston besitzt, von einem Röhrengenerator erzeugt, in einer Stufe verstärkt und dann einem Lautsprecher zugeführt wird. Dieser Hörfrequenzton muß von seinen Harmonischen begleitet sein. Nun wurde gezeigt, daß auch der Überlagerungston eine harmonische Komponente enthält, deren Stärke von der Höhe der Wechselspannung im Empfangssystem abhängt. Diese Harmonischen werden dann ebenso wie die Grundschrwingungen bei der Interferenz Schwebungen erzeugen. Die Schwebungsfrequenz der Harmonischen wird dann doppelt so groß sein wie die der Grundschrwingung. Wenn also im Empfangssystem Verzerrungen auftreten, so wird die Zahl der Schwebungen pro Sekunde größer erscheinen, als wenn das nicht der Fall ist. Man kann also sagen, daß die beobachtete Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Stärke des Wechselfeldes offenbar von nichtlinearen Verzerrungen im Empfangssystem herrührt.

Dacca (Indien), Physics Department, Dacca-Universität.

Über die magnetische Anisotropie des Eisens, Nickels und Kobalts.

Von **K. Honda** und **T. Hirone** in Sendai (Japan).

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 14. Oktober 1938.)

Die Anisotropie der Magnetisierbarkeit des ferromagnetischen Einkristalls wird auf Grund eines neuen und übersichtlichen Modells des ferromagnetischen Stoffes diskutiert. Die nach dieser Theorie berechneten Konstanten der magnetischen Anisotropie stimmen beim Eisen und Nickel mit dem Experiment befriedigenderweise überein. Beim Kobalt bleibt zwischen Theorie und Experiment eine kleine Diskrepanz, die durch Berücksichtigung der Hysteresis bei den Magnetisierungs- und Entmagnetisierungsvorgängen verkleinert werden kann.

In einem Einkristall des ferromagnetischen Stoffes gibt es Richtungen der leichtesten Magnetisierbarkeit bezüglich der Orientierung der Kristallachsen. Wenn man einen schon in dieser Richtung magnetisierten Einkristall in einer anderen Richtung wieder magnetisieren will, dann braucht man ein beträchtliches magnetisches Feld, um die Magnetisierung in der neuen Richtung zu bewirken. Bisher gibt es noch keine vollständige Erklärung dieser Erscheinung weder auf quantenmechanischem¹⁾ noch auf klassischem Wege²⁾: Z. B. kennt man noch keine vollständige Erklärung dafür, daß beim Eiseneinkristall die Richtung der leichtesten Magnetisierbarkeit [100] und die der schwersten [111] ist, während es beim Nিকেleinkristall gerade umgekehrt ist. Solche Anisotropie der Magnetisierbarkeit des ferromagnetischen Einkristalls dürfte sowohl durch seinen Gittertyp als auch durch die Struktur der Kristallatome oder der Elementarmagnete bedingt sein. In der vorliegenden Arbeit wollen wir dies Problem in elementarer Weise behandeln, indem wir ein übersichtliches Modell der Elementarmagneten des ferromagnetischen Stoffes annehmen.

¹⁾ F. Bloch u. G. Gentile, ZS.f. Phys. **70**, 395, 1931; J. H. Van Vleck, Phys. Rev. **52**, 1178, 1937. — ²⁾ G. S. Mahajani, Phil. Trans. Roy. Soc. **228**, 63, 1929; L. W. McKeehan, Phys. Rev. **52**, 18, 1927.

Das von einem Kreisstrom herrührende magnetische Potential Φ^0 ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \Phi^0 = 2\pi i \left[\frac{b^2}{2\varrho^2} \{ P_1(\cos \alpha) P_1(\cos \vartheta) + P_1^1(\cos \alpha) P_1^1(\cos \vartheta) \cos \varphi \} \right. \\ \left. - \frac{3b^4}{8\varrho^4} \{ P_3(\cos \alpha) P_3(\cos \vartheta) \right. \\ \left. + 2 \sum_{n=1}^3 \frac{(3-n)!}{(3+n)!} P_3^n(\cos \alpha) P_3^n(\cos \vartheta) \cos n\varphi \} + \dots \right], \quad (1) \end{aligned}$$

wo i und b die Stromstärke und den Halbmesser des Kreisstromes bedeuten und ϱ , ϑ , φ die Polarkoordinaten des Aufpunktes um das Zentrum des Kreisstromes mit einer Polarachse, welche mit der Kreisstromebene den Winkel α bildet und durch sein Zentrum hindurchgeht. Wenn der Kreisstrom um die Polarachse eine Präzessionsbewegung mit der Periode ω ausführt, dann ist φ folgendermaßen darzustellen:

$$\varphi = \omega t + \beta, \quad (2)$$

wo β eine Konstante ist, und daher

$$\overline{\cos n\varphi} = 0, \quad (3)$$

wobei die Überstreichung den zeitlichen Mittelwert und n eine positive ganze Zahl (mit Ausnahme von Null) bedeuten. Folglich wird (1)

$$\overline{\Phi^0} = c_1^0 P_1(\cos \vartheta) \varrho^{-2} + c_2^0 P_3(\cos \vartheta) \varrho^{-4} + \dots, \quad (4)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} c_1^0 &= \mu P_1(\cos \alpha), \\ c_2^0 &= -\frac{3}{4} \mu b^2 P_3(\cos \alpha), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\mu = \pi i b^2; \quad (6)$$

μ ist das magnetische Moment des Kreisstromes.

Wir wollen in der folgenden Diskussion über den Aufbau des Elementarmagnets annehmen, daß der Magnet aus zwei gleichen Kreisströmen besteht, die um eine gemeinsame Achse mit einem gemeinsamen Präzessionswinkel α eine Präzessionsbewegung ausführen. Der zeitliche Mittelwert des von Elementarmagneten herrührenden magnetischen Potentials Φ lautet dann

$$\Phi = c_1 P_1(\cos \vartheta) \varrho^{-2} + c_2 P_3(\cos \vartheta) \varrho^{-4} + \dots, \quad (7)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= m P_1(\cos \alpha), \\ c_2 &= -\frac{3}{4} m b^2 P_3(\cos \alpha), \\ m &= 2\mu. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Folglich können wir das Potential Φ als die Überlagerung des Dipolgliedes [das erste Glied der Gleichung (7)], des Quadrupolgliedes (das zweite Glied) usw. auffassen.

Wir wollen zuerst die Wechselwirkungsenergie zwischen zwei Elementarmagneten A und B (Fig. 1), deren magnetische Momente parallel zur z -Richtung orientiert sind, berechnen. Bezeichnen wir die Lage des zweiten Magneten B mit den Polarkoordinaten ϱ , ϑ und φ in bezug auf den ersten Magneten A (Polarachse AC), so sind die Dipol-dipol- und Dipol-quadrupol-Wechselwirkungsenergien E_1 und E_2 folgendermaßen dar-

$$E_1 = c_1^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{P_1(\cos \vartheta)}{\varrho^2} \right\} = -2 c_1 P_2(\cos \vartheta) \varrho^{-3}, \quad (9)$$

$$E_2 = c_1 c_2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{P_3(\cos \vartheta)}{\varrho^4} \right\} = -4 c_1 c_2 P_4(\cos \vartheta) \varrho^{-5}. \quad (10)$$



Fig. 1.

Die totale Wechselwirkungsenergie zwischen zwei Elementarmagneten $2 U_{zm}$ ist also (abgesehen von höheren Potenzen von ϱ)

$$2 U_{zm} = E_1 + 2 E_2 = -2 c_1^2 P_1(\cos \vartheta) \varrho^{-3} - 8 c_1 c_2 P_4(\cos \vartheta) \varrho^{-5}. \quad (11)$$

Da auf jeden Gitterpunkt des ferromagnetischen Kristalls immer ein Elementarmagnet trifft, so ist die gesamte magnetische Energie des Kristalls E_{ges} durch

$$E_{\text{ges}} = \sum U_{zm} = -\frac{c_1^2}{a^3} \sum [F_2 P_2(\cos \vartheta) r^{-3} + F_4 P_4(\cos \vartheta) r^{-5}] \quad (12)$$

gegeben, wo a die Gitterkonstante, $a \vec{r}$ die Koordinate des Gitterpunktes ist und

$$F_2 = 1, \quad (13)$$

$$F_4 = \frac{4 c_2}{c_1 a^2} = -\frac{3 P_3(\cos \alpha) b^2}{P_1(\cos \alpha) a^2}. \quad (14)$$

Nach den Rechnungen von Mc Keehan (l. c.) wird die magnetische Anisotropiekonstante K_1 für das körper- und flächenzentrierte kubische Gitter¹⁾

$$K_1 = - (N c_1^2 / V a^3) [-5 F_4 S_{40}], \quad (15)$$

¹⁾ Die hier eingeführten Anisotropiekonstanten sind folgendermaßen definiert: Die magnetische innere Energie E des in der Richtung $(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)$ bis zu Sättigung magnetisierten kubischen Einkristalls lautet infolge seiner Symmetrieeigenschaften wie folgt:

$$E = K_0 + K_1 (\alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2),$$

und die Konstante H_1 für das Gitter der hexagonalen Kugelpackung

$$H_1 = - (N c_1^2 / V a^3) [S_{22} - 10 F_4 S_{40}]. \quad (16)$$

S_{40} und S_{22} sind die von Mc Keehan definierten Gittersummen, deren numerische Werte in folgender Tabelle gegeben sind.

	Körperzentriertes kubisches Gitter	Flächenzentriertes kubisches Gitter	Gitter der hexagonalen Kugelpackung
S_{22}	—	—	0,005 07
S_{40}	— 3,107 34	— 7,198 38	0,338 15

N bedeutet die Atomzahl in der Elementarzelle des Kristallgitters; daher ist $N = 2$ für das körperzentrierte kubische Gitter und für das Gitter der hexagonalen Kugelpackung und $N = 4$ für das flächenzentrierte kubische Gitter. V ist der Volumeninhalt der Elementarzelle, nämlich $V = a^3$ für das körper- und flächenzentrierte kubische Gitter und $V = \sqrt{3} c a^2 / 2$ für das Gitter der hexagonalen Kugelpackung, wo c/a das Achsenverhältnis des hexagonalen Gitters bedeutet.

Setzen wir die Werte von F_4 und c_1 in (15) und (16) ein, so haben wir

$$K_1 = - \frac{15 M^2 S_{40} P_3 (\cos \alpha) P_1 (\cos \alpha)}{N} \cdot \frac{b^2}{a^2}, \quad (17)$$

$$H_1 = - \frac{\sqrt{3} c M^2}{2 a N} \left\{ P_1^2 (\cos \alpha) S_{22} + 30 P_1 (\cos \alpha) P_3 (\cos \alpha) S_{40} \frac{b^2}{a^2} \right\}, \quad (18)$$

wo $M = r m$ und r die Anzahl der Gitterpunkte im Einheitsvolumen des Kristallgitters ist. Wie durch (17) und (18) gezeigt wird, ist das Vorzeichen der Anisotropiekonstanten K_1 und H_1 durch die von dem Bau der Elementarmagnete abhängigen Faktoren $P_1 (\cos \alpha) P_3 (\cos \alpha)$ bestimmt, da das erste Glied der Gleichung (18) im allgemeinen gegen das zweite Glied verschwindend klein ist. Der numerische Wert von $P_1 P_3$ ist, wie es in Fig. 2 bezeichnet ist, für kleinen Wert von α positiv, nimmt aber mit wachsendem Wert von α beständig ab, ändert sein Vorzeichen in dem Punkt $\alpha = 39^\circ 30'$ und erreicht

wobei $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ die Richtungskosinus der Magnetisierungsrichtung gegen die drei Tetragonalachsen des Kristalls bedeuten. In der gleichen Weise ist die Energie des in der Richtung $[0001]$ magnetisierten hexagonalen Kristalls

$$E = H_0 + H_1 p^2,$$

wo p die Kosinus der von der Hexagonalachse und der Magnetisierungsrichtung eingeschlossenen Winkel bedeutet. Die bisher eingeführten Konstanten K_1 und H_1 heißen die Anisotropiekonstanten.

ein Minimum bei $\alpha = 57^{\circ}10'$, dann nimmt er wieder zu bis er im Punkt $\alpha = 90^{\circ}$ Null wird. Nehmen wir an, daß das magnetische Moment des den Elementarmagnet erzeugenden Kreisstromes ein Bohrsches Magneton μ_B sei, dann folgt:

$$M = 2 L \mu_B d / A, \quad (19)$$

wobei L die Loschmidtsche Zahl und d und A das spezifische Gewicht bzw. das Atomgewicht eines ferromagnetischen Stoffes sind. Folglich wird der numerische Wert von M :

$$\begin{aligned} M &= 1570, & \text{für Eisen,} \\ M &= 1720, & \text{für Nickel,} \\ M &= 1650, & \text{für Kobalt.} \end{aligned}$$

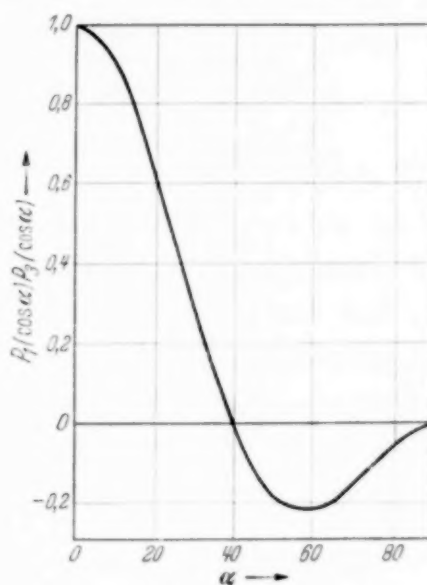


Fig. 2.

Setzen wir diese Werte von M in die Gleichungen (17) und (18) ein, dann haben wir (K_1 und H_1 in erg cm^{-3})

$$\begin{aligned} K_1 &= 57 \cdot 10^6 \cdot P_1 P_3 (b^2/a^2), & \text{für Eisen,} \\ K_1 &= 80 \cdot 10^6 P_1 P_3 \cdot (b^2/a^2), & \text{für Nickel,} \\ H_1 &= -0,0098 \cdot 10^6 P_1^2 - 19 \cdot 10^6 P_1 P_3 (b^2/a^2), & \text{für Kobalt.} \end{aligned}$$

Wie oben hergeleitete Gleichungen zeigen, wird die Anisotropiekonstante durch den Präzessionswinkel α und die Lineardimension des Elementarmagnets b bestimmt: Setzen wir nun

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 0 \\ b &= 0,084 a \end{aligned} \right\} \text{für Eisen,}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 73^{\circ}0' \\ b &= 0,075 a \end{aligned} \right\} \text{für Nickel,}$$

$$\alpha = 30^{\circ}20' \quad \text{für Kobalt,}$$

so werden die Anisotropiekonstante und die Magnetisierung $M \cos \alpha$:

$$\begin{aligned} K_1 &= 0,40 \cdot 10^6, & M \cos \alpha &= 1570 & \text{für Eisen,} \\ K_1 &= -0,050 \cdot 10^6, & M \cos \alpha &= 500 & \text{für Nickel,} \\ H_1 &= -0,0073 \cdot 10^6 - 5,3 \cdot 10^6 \cdot b^2/a^2 & & & \\ & & M \cos \alpha &= 1420 & \text{für Kobalt}^1). \end{aligned}$$

¹⁾ In der oben ausgeführten Rechnung ist vorausgesetzt, daß das Gitter von Kobalt ein ideales Gitter der hexagonalen Kugelpackung ist; in Wirklichkeit ist aber c/a des ersteren um 0,6% größer als das des letzteren.

Zum Vergleich sind unten die experimentellen Daten aus „Magnetism and Matter“ von Stoner¹⁾ angegeben:

$$\begin{aligned} K_1 &\simeq 0,4 \cdot 10^6, & M \cos \alpha &= 1716, & \text{für Eisen,} \\ K_1 &\simeq -0,05 \cdot 10^6, & M \cos \alpha &= 508, & \text{für Nickel,} \\ H_1 &\simeq -6 \cdot 10^6, & M \cos \alpha &= 1422, & \text{für Kobalt.} \end{aligned}$$

Es ist aus den obigen Daten sofort zu ersehen, daß beim Eisen und Nickel die Übereinstimmung der Theorie mit dem Experiment ganz befriedigend ist, daß aber beim Kobalt die Lineardimension des Elementarmagnets b beträchtlich größer als die des Eisens und Nickels sein muß. Es ist physikalisch klar, daß beim Kobalt die große Wechselwirkungsenergie zwischen den Elementarmagneten infolge des großen Wertes von b/a für die starke Anisotropie der Magnetisierbarkeit des Einkristalls verantwortlich ist.

Zum Schluß wollen wir noch einige Bemerkungen über den experimentellen Wert der Anisotropiekonstante des Kobalts machen. Für den hysteresislosen ferromagnetischen hexagonalen Einkristall ist die Anisotropiekonstante H_1 durch

$$H_1 = E_{\text{bas}} - E_{\text{achse}} \quad (20)$$

gegeben, wobei E_{bas} und E_{achse} die dazu erforderlichen Energien bedeuten, um den Kobalteinkristall in der Basalfläche und in der Richtung der hexagonalen Achse bis zur Sättigung zu magnetisieren. Nach den Messungen von Shirakawa (Fig. 3) ergibt sich bei der Magnetisierung des Kobalt-Einkristalls in seiner Basalfläche eine große Hysteresisschleife. Da H_1 nur von der potentiellen Energie zwischen den Elementarmagneten abhängt, so stellt in diesem Fall E_{bas} einen reinen Zuwachs der potentiellen Energie beim Magnetisierungsvorgang dar. Da es schon durch die Honda-Okubo-sche²⁾ Theorie des Ferromagnetismus und den Versuch von Okamura³⁾ sichergestellt ist, daß der Zuwachs der magnetischen potentiellen Energie im Laufe des Magnetisierungsvorgangs dem Wert von $-\int_H^0 H dI$ gleich ist

¹⁾ E. C. Stoner, Magnetism und Matter 1934, S. 395. Die von ihm definierten Anisotropiekonstanten K und K' hängen mit der hier definierten Konstante H_1 folgendermaßen zusammen:

$$H_1 = -(K + 2K').$$

²⁾ K. Honda, Magnetic Properties of Matter 1928, S. 227. — ³⁾ T. Okamura, Sci. Rep. Tohoku Univ. **24**, 745, 1935.

(H : Magnetfeld, I - Magnetisierung; die Integration ist dem Entmagnetisierungszweig der I - H Kurve entlang auszuführen), so ist der Zuwachs

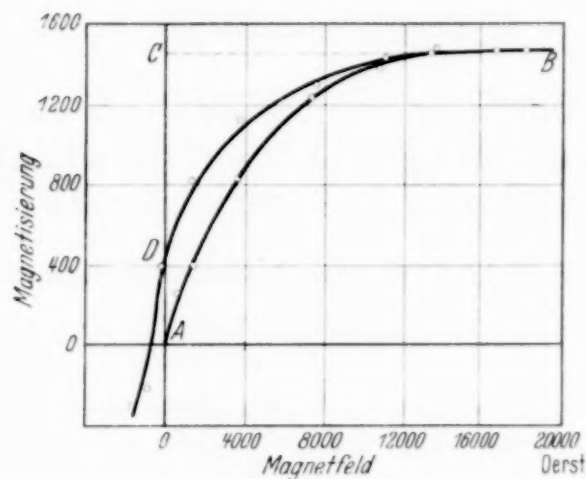


Fig. 3.

der magnetischen potentiellen Energie bei der Magnetisierung in der Basalfläche des Einkristalls von Kobalt E_{bas} :

$$E_{\text{bas}} = \text{Flächeninhalt } BCD \text{ (Fig. 3),}$$

$$= 3,6 \cdot 10^6 \text{ erg cm}^{-3}.$$

E_{achse} ist gegen E_{bas} sehr klein; nach der Messung von Kaya ist

$$E_{\text{achse}} = 0,1 \cdot 10^6 \text{ erg cm}^{-3}.$$

Folglich erhalten wir als exakten Wert von H_1 :

$$H_1 = 3,5 \cdot 10^6 \text{ erg cm}^{-3}.$$

(Mitteilung aus dem Max Planck-Institut, Berlin-Dahlem.)

Über Molekülbildungsprozesse mit und ohne Boltzmann-Verteilung und über Umwandlung von Translations- in Rotationsenergie.

Von **H. Schüler**, **H. Gollnow** und **H. Haber** in Berlin-Dahlem¹⁾.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 1. Dezember 1938.)

1. Es gibt Molekülbildungsprozesse mit und ohne Boltzmann-Verteilung. — 2. Bei Entladungen in gekühlter Hohlkathode bildet sich bei geringstem Druck CuH praktisch im rotationslosen Zustand. — 3. Druckvermehrung, d. h. Stoßvermehrung, sucht Boltzmann-Verteilung herzustellen. — 4. Beim AlH wird unter gleichen Bedingungen im Gegensatz zum CuH Boltzmann-Verteilung (Temperaturen 1800° abs. und darüber) beobachtet. — 5. Diese Verteilung der hohen Zerstäubungs-, Verdampfungs-Temperatur geht durch Druck (Stoß-)vermehrung schließlich über in eine Verteilung, die der tieferen Gastemperatur entspricht. — 6. In dem Zwischengebiet besteht keine einheitliche Boltzmann-Verteilung, da die höheren Rotationsniveaus sich langsamer als die tieferen einstellen. — 7. Während sich der Wasserstoff an der Oberfläche des Kupfers als abdampfbare Schicht befindet, müssen beim Aluminium an der Oberfläche Wasserstoff und Aluminium bereits molekulare Bindung eingegangen sein. — 8. Für diese Molekülbildungsprozesse werden nicht, wie bisher üblich, Vorgänge im Entladungsraum oder Eigenschaften der Moleküle selbst verantwortlich gemacht, sondern die Zerstäubungs-Verdampfungsvorgänge an der Kathodenoberfläche.

In einer vor kurzem erschienenen Arbeit haben zwei der Verfasser²⁾ darauf hingewiesen, daß in einer Entladung in mit flüssiger Luft gekühlter Hohlkathode³⁾ die CuH-Bande λ 4280 (0—0-Bande eines $^1\Sigma - ^1\Sigma$ -Überganges) eine Verteilung der Intensitäten der Rotationslinien aufweist, die nicht einer Boltzmann-Verteilung entspricht. Bei dem Versuch, eine Erklärung für diese ungewöhnliche Intensitätsverteilung zu finden, wurde zuerst festgestellt, daß die gleiche Bande im Bogen (Spektrum siehe Fig. 1a) eine der Boltzmann-Verteilung entsprechende Intensitätsverteilung besitzt. Damit war die Annahme einer spezifischen Eigenschaft des CuH-Moleküls

¹⁾ Der eine von uns (H. Gollnow) dankt dem Ministerium für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung für die Bewilligung eines Stipendiums, wodurch ihm die Beteiligung an dieser Arbeit ermöglicht wurde. — ²⁾ H. Schüler u. H. Gollnow, ZS. f. Phys. **108**, 714, 1938. — ³⁾ H. Schüler u. H. Gollnow, ebenda **93**, 611, 1935; H. Schüler u. Th. Schmidt, ebenda **96**, 485, 1935.

ausgeschlossen. Weiter wurde eingehend dargelegt, daß der beobachtete Effekt nicht durch bereits bekannte Prozesse wie etwa Selbstabsorption oder Selbstumkehr gedeutet werden kann. Da nun die CuH-Moleküle kein permanentes Gas sind und erst im Entladungsraum entstehen müssen, wurde als Ursache für die beobachtete Intensitätsverteilung der Molekülbildungsprozeß angenommen. Da wir auf Grund der damaligen Experimente keine eindeutige Erklärung für diesen Prozeß geben konnten, haben wir weitere Versuche angestellt. Diese Versuche haben nicht allein zu einer Erklärung des Effektes geführt, sondern darüber hinaus Einblick in den noch nicht beobachteten Vorgang gewährt, wie sich in Gasen die Rotationsniveaus von Molekülen ohne Boltzmann-Verteilung durch Stöße mit Edelgasatomen auf Boltzmann-Verteilung einstellen und wie andererseits die Boltzmann-Verteilung einer vorgegebenen Temperatur durch Zusammenstöße auf eine andere Boltzmann-Verteilung von niedriger Temperatur übergeht, und außerdem Beiträge zu der Frage geliefert, wie die Anlagerung von Wasserstoff an Metalloberflächen stattfindet. Über diese Resultate sei nun im folgenden berichtet.

Erster Teil.

I. Die Versuche, die, wie in der ersten Arbeit gezeigt ist, mit Hohlkathoden aus Kupfer in einer Edelgasatmosphäre (He, Ar, Kr) mit etwas Wasserstoffzusatz angestellt worden sind, lassen bei vorgegebener Röhrendimension (Durchmesser der Kathode 4 mm, Tiefe 15 mm) zwei Größen variieren: die Stromdichte und den Gasdruck im Entladungsraum. Es ist früher bereits gezeigt worden, daß bei Änderung der Stromdichte um den Faktor 10 sich der charakteristische Intensitätsverlauf der Bande nur unwesentlich ändert. Da der Faktor 10 ziemlich die Grenze ist, in der sich die Änderung der Stromdichte durchführen ließ, sind damit die Aussagen über diese Variationsmöglichkeit erschöpft. Die praktische Unabhängigkeit des Intensitätsverlaufs von der Stromdichte ist insofern beachtenswert, als bei Beobachtungen am AlH unter den gleichen Versuchsbedingungen die Änderung der Stromdichte den Intensitätsverlauf wesentlich beeinflußt; d. h. also, daß beim CuH eine mit Erhöhung der Stromdichte bekanntlich verbundene Temperaturerhöhung im Entladungsraum keine entscheidende Rolle spielt. Dagegen zeigt die zweite Variationsmöglichkeit, die Änderung des Gasdruckes, einen erheblichen Einfluß auf den Intensitätsverlauf der Bande.

II. Für eine experimentelle Prüfung der Druckabhängigkeit des Intensitätsverlaufes besitzt die Hohlkathode eine besonders günstige

Eigenschaft, auf die früher bereits aufmerksam gemacht worden ist¹⁾. Wenn man bei einer Hohlkathode von 4 mm Durchmesser und 15 mm Tiefe das negative Glimmlicht in ihrem Innern beobachten will, so muß man einen Edelgasdruck in der Größenordnung von ungefähr einem Millimeter haben. Bei wesentlich geringeren Drucken springt das Leuchten im Innern der Hohlkathode nicht an. Hat sich das Leuchten aber einmal im Innern der Kathode ausgebildet, dann bleibt es auch bei Druckverminderung bis zu einigen Hundertstel Millimetern bestehen, wobei die Intensität des Leuchtens, und das ist wesentlich, nur unbedeutend abnimmt. Bei diesen kleinsten Drucken erleiden nun die CuH-Moleküle die geringste Zahl von Zusammenstößen mit den Edelgasatomen, und es ist dann die Möglichkeit gegeben, diejenige Rotationsverteilung zu beobachten, die der Rotationsverteilung im Bildungsprozeß der Moleküle am nächsten kommt. Wie diese Verteilung aussieht, zeigt uns das Spektrum *c* der Fig. 1. Man sieht hier, daß im Helium bei einem Druck von 0,02 mm die P_1 -Linie, die vom Rotationsniveau 0 ausgeht, bei weitem die stärkste Bandenlinie ist. Daraus müssen wir schließen, daß sich die CuH-Moleküle bei ihrer Bildung bevorzugt im Rotationsniveau 0 befinden.

Wir haben dann das Spektrum *b* der Fig. 1, das einem Druck von etwa 2 mm Helium entspricht, so zu deuten, daß durch Erhöhung des Gasdruckes die CuH-Moleküle durch eine Vermehrung ihrer Zusammenstöße mit den Edelgasatomen um den Faktor Hundert die extreme Anfangsverteilung soweit verändert haben, daß sich die dort gegebene Verteilung eingestellt hat. Aber, wie wir früher gezeigt haben, entspricht diese Verteilung noch keineswegs der Boltzmann-Verteilung, und es gehört noch eine wesentliche Erhöhung der Stoßzahl dazu, um zur Boltzmann-Verteilung zu gelangen. In der Hohlkathode können wir die Stoßzahl nicht mehr so weit steigern, und Fig. 1b stellt etwa die erreichbare Grenze dar. Wir haben früher gezeigt, daß diese Intensitätsverteilung proportional $e^{-C_0 J'}$ ist, wo J' die Rotationsquantenzahl des Anfangszustandes bedeutet, während bekanntlich die Boltzmann-Verteilung Proportionalität mit $e^{-C \cdot J'(J'+1)}$ verlangt. Die Darstellung der Intensitäten mit dem Faktor $e^{-C_0 J'}$ ist also nur als ein Übergangsstadium zur Boltzmann-Verteilung zu bewerten. Ein anschauliches Bild über die vorliegenden Verhältnisse gibt uns Fig. 2. Hier sind die Intensitäten der ersten Linien des P -Zweiges des Spektrums 1 *c* und 1 *b* wiedergegeben, und zwar ist die Intensität der P_1 -Linie des besseren Vergleichs wegen gleich Eins gesetzt. Um die zusammenhängenden Intensitäts-

¹⁾ H. Schüler, ZS. f. Phys. **35**, 323, 1926.

punkte eines Spektrums besser hervorzuheben, sind sie durch Linien miteinander verbunden. Aus dem Spektrum der Fig. 2c, das einem Druck von 0,02 mm entspricht, geht hervor, daß P_2 bereits weniger als die Hälfte, P_3 nur noch ein Viertel der Intensität der Linie P_1 besitzt. Der Kurvenzug 2 b des Spektrums 1 b entspricht einem hundertfach größeren Druck in der Hohlkathodenentladung; hier liegt das Maximum bereits bei P_2 . Daß wir noch weit von einer Boltzmann-Verteilung entfernt sind, zeigt der Linienzug 2 d, wo ebenfalls auf Intensität $(P_1) = 1$ umgerechnet, die Intensitäten für die P -Linien eingetragen sind, die einer Boltzmann-Verteilung von 5000° abs. entsprechen. Diese Temperatur stellt eine Durchschnittstemperatur dar, die bei gleichen Kathodendimensionen, gleicher Stromstärke (200 mA) und einem Druck von etwa 2 mm aus der Boltzmann-Verteilung von AlH-, BH- und N_2^+ -Banden bestimmt wurde.

Es läßt sich hier also der Prozeß der Übertragung von Translationsenergie auf Rotationsenergie unmittelbar beobachten, wenn im Anfang

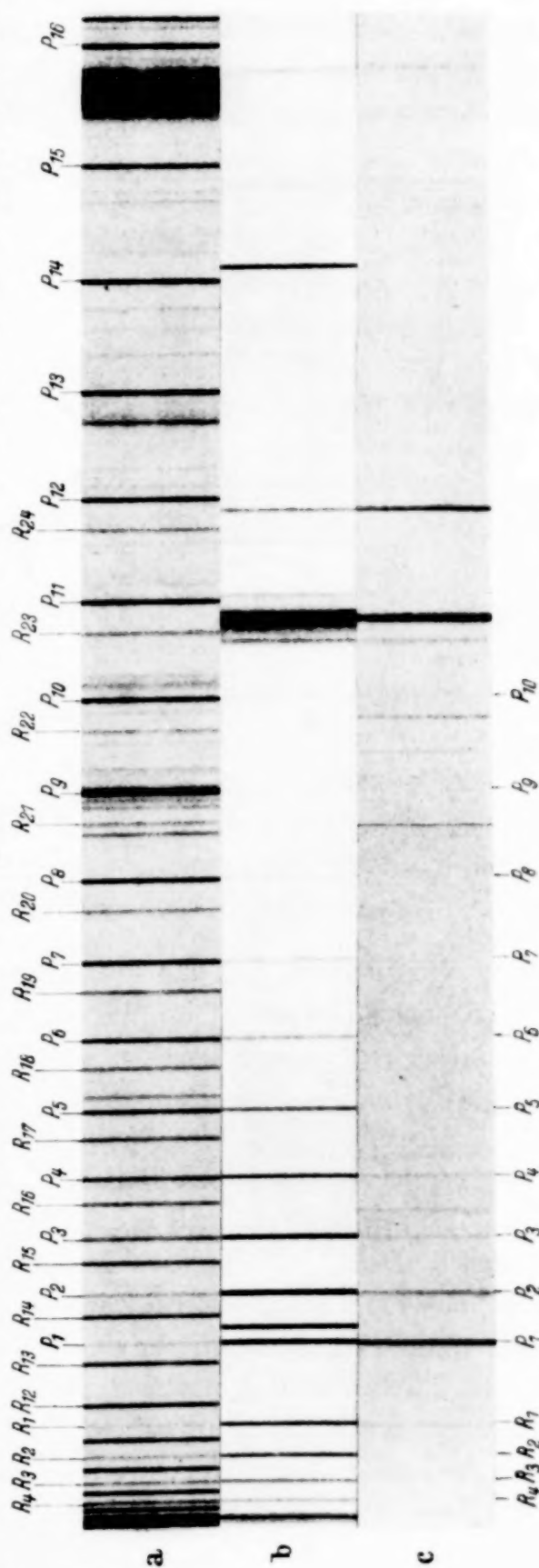


Fig. 1. CuH λ 4280. a) Bogen, b) Hohlkathodenentladung $p = 2$ mm, c) Hohlkathodenentladung $p = 0,02$ mm.

die Moleküle sich im wesentlichen im Rotationszustand 0 befinden. Die Abhängigkeit des Intensitätsverlaufs der Bande von der Stoßzahl gibt hier die Möglichkeit, etwas über die Art des Übertragungsprozesses und die Stoßausbeute auszusagen. Das hoffen wir in einer späteren Arbeit zeigen

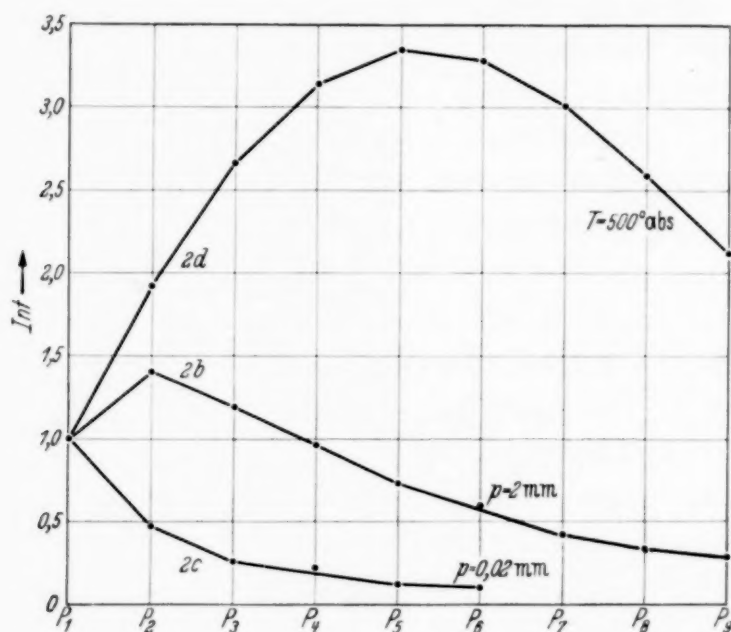


Fig. 2.

zu können. Es sei hier nur noch darauf hingewiesen, daß der Intensitätsverlauf in der CuH-Bande sich nicht merklich ändert, wenn man bei sonst gleichen Bedingungen Argon statt Helium als Trägergas nimmt.

III. Wir möchten nun die Frage aufwerfen, durch welchen Prozeß die CuH-Moleküle bevorzugt im nullten Rotationszustand entstehen. Bei den vorliegenden geringen Drucken sind Dreierstöße im Entladungsraum selbst auszuschließen. Die Bevorzugung des nullten Rotationszustandes bedeutet offensichtlich, daß im Augenblick der Molekülbildung die beiden Partner Kupfer und Wasserstoff nahezu die gleiche Bewegungsrichtung haben. Eine solche Möglichkeit scheint uns im Zerstäubungsprozeß selbst vorzuliegen. Denn jedes positive Ion, das durch die Potentialdifferenz im Kathodendunkelraum eine Energie von etwa 100 bis 300 e-Volt besitzt, erzeugt an der Kathodenoberfläche eine Explosion von atomaren Ausmaßen, wobei die Sprengstücke Atome sind und benachbarte Teilchen nahezu die gleiche Bewegungsrichtung aufweisen. Im Augenblick des Ablösens dieser Explosions-Verdampfungs-Wolke von der Kathodenoberfläche herrscht in ihr ein größerer Druck als im freien Entladungsraum, so daß die bei der Molekülbildung überschüssige Energie ohne weiteres von einem dritten

Nachbar übernommen werden kann. Voraussetzung ist dabei, daß der Wasserstoff an der Kupferoberfläche noch keine stabile molekulare Bindung mit dem Kupfer eingegangen ist. Es muß also eine Eigentümlichkeit des Kupfers sein, daß sich an seiner Oberfläche bei Gegenwart von Wasserstoff im Entladungsraum eine dünne Wasserstoffschicht bildet. Ohne Zusatz von Wasserstoff wird die CuH-Bande nicht beobachtet, im Gegensatz zum Aluminium (siehe weiter unten), wo auch ohne Wasserstoffzusatz AlH-Banden mit großer Intensität auftreten, die von dem Wasserstoff herrühren, der in Aluminium selbst gebunden ist. Einen weiteren Beweis dafür, daß beim Kupfer der Wasserstoff lediglich an der Oberfläche sitzt, ohne fester gebunden zu sein, sehen wir in folgendem Befund. Wir haben nämlich außer Kathoden mit starker Kühlung auch Kathoden benutzt, die eine bedeutend geringere Kühlung besaßen und daher erheblich heißer werden konnten. Der Kathodenkörper dieser Kathode (in Fig. 3 als T-Kathode bezeichnet) zeigt aber als Ganzes noch keine sichtbare Rotglut. Vergleicht man in Fig. 3 die Intensität der CuH-Linien mit der Intensität der Cu-Linie λ 4275 und der H γ -Linie λ 4341, so sieht man, daß, in Richtung von *a* nach *d* gehend, die CuH-Linien stark an Intensität verlieren, während umgekehrt das Leuchten von Kupfer und Wasserstoff erheblich zunimmt¹⁾. Dies zeigt deutlich, daß mit steigender Kathodentemperatur der Wasserstoffbelag der Kathodenoberfläche immer mehr verschwindet, so daß sich in der atomaren Explosionszone immer weniger Wasserstoff befindet und eine Bildung von CuH daher immer unwahrscheinlicher wird. Der Befund zeigt weiter, daß eine Bildung von CuH-Molekülen im Gasraum selbst nicht in Frage kommt, denn trotz der Vermehrung von Kupfer und Wasserstoff im Entladungsraum verschwindet die CuH-Bande. Daß es sich dabei nicht um eine Temperaturdissoziation des CuH-Moleküls handelt, scheint uns das Auftreten der CuH-Bande im Bogen zu beweisen, in dem ja die Temperaturen noch wesentlich höher liegen. Für die Temperaturverteilung der CuH-Bande im Bogen müssen wir nach dem bisher Gesagten annehmen, daß hier die Bildung der CuH-Moleküle im Gasraum durch Dreierstöße vor sich geht.

¹⁾ Das Auftreten der CH-Bande λ 4313 bei der T-Kathode hat sich, auch wenn wir reinstes Elektrolytkupfer als Kathodenmaterial verwendeten, nicht vermeiden lassen. Offensichtlich ist auch bei dieser Herstellungsweise des Kupfers immer etwas Kohlenstoff im Kupfer enthalten. Aus dem Entladungsraum können diese Verunreinigungen nicht stammen (unter gleichen Bedingungen wird bei Al-Kathoden CH nicht beobachtet). Vergleiche mit handelsüblichem gewöhnlichen Kupfer haben gezeigt, daß in diesem bedeutend mehr Kohlenstoff vorhanden ist. Bei den stark gekühlten Kathoden machte sich die CH-Bande kaum bemerkbar (vgl. Fig. 3a und 1b und 1c).

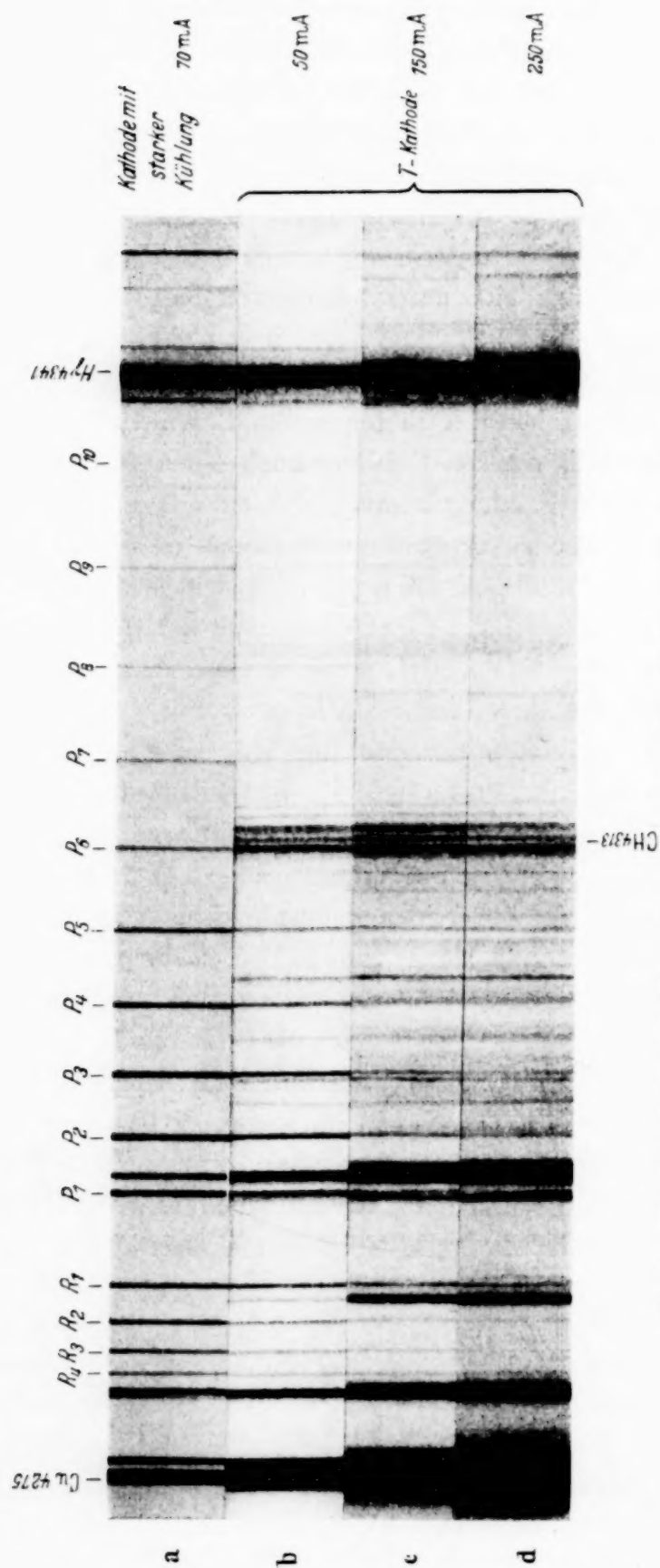


Fig. 3. Verschwinden der Cu H-Bande λ 4280 bei Erhöhung der Kathodentemperatur.

IV. Wenn wir noch einmal darauf hinweisen, wie wir es schon in unserer Berichtigung¹⁾ getan haben, daß das Intensitätsverhältnis von Linien des *P*- und *R*-Zweiges, die von dem gleichen Anfangsniveau ausgehen, den Hönl-Londonschen Formeln entspricht, so können wir wohl sagen, daß sich mit der Vorstellung des geschilderten Bildungsprozesses alle Beobachtungen verständlich machen lassen.

Zweiter Teil.

I. Im zweiten Teil sei nun von den entsprechenden Versuchen am AlH berichtet. Hier haben wir die Bande λ 4241 (0 — 0-Bande eines $1/1 - 1\Sigma'$ -Überganges) untersucht. Diese Bande besitzt bekanntlich einen *P*-, *Q*- und *R*-Zweig. Zur Bestimmung des Intensitätsverlaufs sind *P*- und *R*-Zweig gemeinsam benutzt worden, wobei sich auch hier gezeigt hat, daß die Hönl-Londonschen Formeln unter den hier untersuchten experimentellen Bedingungen gelten. In Analogie zu dem beim CuH Gesagten müssen

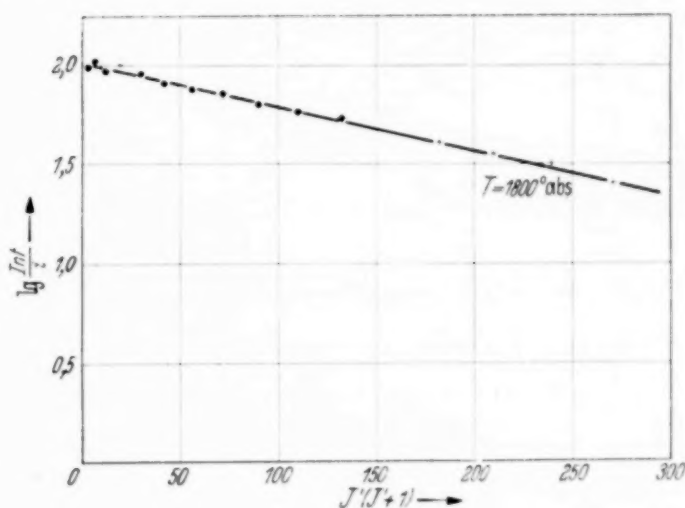


Fig. 4.

wir auch beim Aluminium annehmen, daß die Bildung von AlH im Gasraum durch Dreierstöße nicht in Frage kommt. Auch hier werden wir die dem Molekülbildungsprozeß am nächsten kommende Besetzung der Rotationsniveaus finden, wenn die Hohlkathodenentladung bei möglichst geringem Druck des Edelgases brennt. Wir haben bei einer Al-Kathode von 4 mm Durchmesser und 15 mm Tiefe mit Argon als Trägergas die Entladung bis zu einem Druck von 0,03 mm herunter in der Hohlkathode beobachten können. Die Stromstärke betrug 200 mA. Die Röhre war mit flüssiger Luft gekühlt. Unter diesen Bedingungen ergab sich im Gegensatz zum CuH bis zum 16. Glied des *P*-Zweiges eine Boltzmann-Verteilung von etwa 1800° abs. Fig. 4 zeigt diesen Intensitätsverlauf in der üblichen Darstellung, die Ordinate stellt den $\log \frac{\text{Intensität}}{\text{Übergangswahrscheinlichkeit}} \left(\log \frac{Int_n}{i_n} \right)$ mit dem willkürlichen Maß Intensität (P_1) = 100 dar und als Abszisse

¹⁾ H. Schüler u. H. Gollnow, ZS. f. Phys. **109**, 432, 1938.

ist der Wert $J'_n (J'_n + 1)$ aufgetragen, wobei J'_n die Rotationsquantenzahl des entsprechenden Anfangszustandes ist. Man sieht als Zeichen für die Boltzmann-Verteilung, daß die Punkte gut auf einer Geraden liegen. Die Neigung dieser Linie ergibt die erwähnten 1800° abs.

II. Die Anfangsverteilung der Rotationsniveaus beim AlH-Bildungsprozeß ist also prinzipiell verschieden von der Verteilung im CuH-Bildungsprozeß. Da wir auch hier den Zerstäubungsvorgang an der Kathodenoberfläche für diese Verteilung verantwortlich machen müssen, so müssen wir annehmen, daß AlH sich nicht erst wie CuH in der „atomaren Explosions-Verdampfungs-Wolke“ bildet, sondern daß bereits Aluminium und

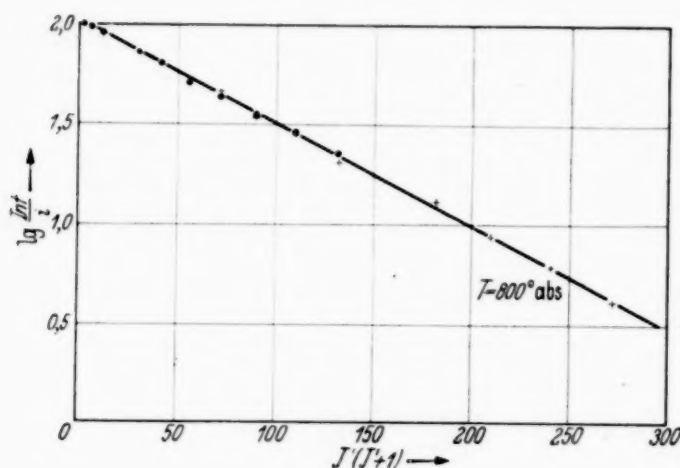


Fig. 5.

Wasserstoff an der Kathodenoberfläche molekulare Bindung eingegangen sind. Während also in dieser Explosionswolke erst die Bildung des CuH-Moleküls stattfindet, erhält das fertige AlH-Molekül im gleichen Stadium eine der in der Verdampfungswolke herrschenden Temperatur entsprechende

Rotationsverteilung. Dieser Unterschied der Entstehung macht sich auch in folgendem verschiedenen Verhalten der CuH- und der AlH-Bande bemerkbar. Obwohl Aluminium viel weniger zerstäubt als Kupfer, ist die AlH-Bande unter sonst gleichen Bedingungen mindestens 50mal intensiver als die CuH-Bande. Ferner ist im Gegensatz zu CuH die AlH-Bande auch ohne Zusatz von Wasserstoff mit großer Intensität vorhanden. Selbst bei Verwendung von im Vakuum geschmolzenem Aluminium haben wir die Röhre viele Stunden brennen können, ohne eine Intensitätsabnahme der AlH-Bande zu beobachten. Lediglich der im Aluminium gebundene Wasserstoff hat zur Erzeugung des Spektrums ausgereicht. Schließlich hat auch im Gegensatz zum CuH die Erhöhung der Kathodentemperatur (T-Kathode) die Intensität der Bande nicht vermindert.

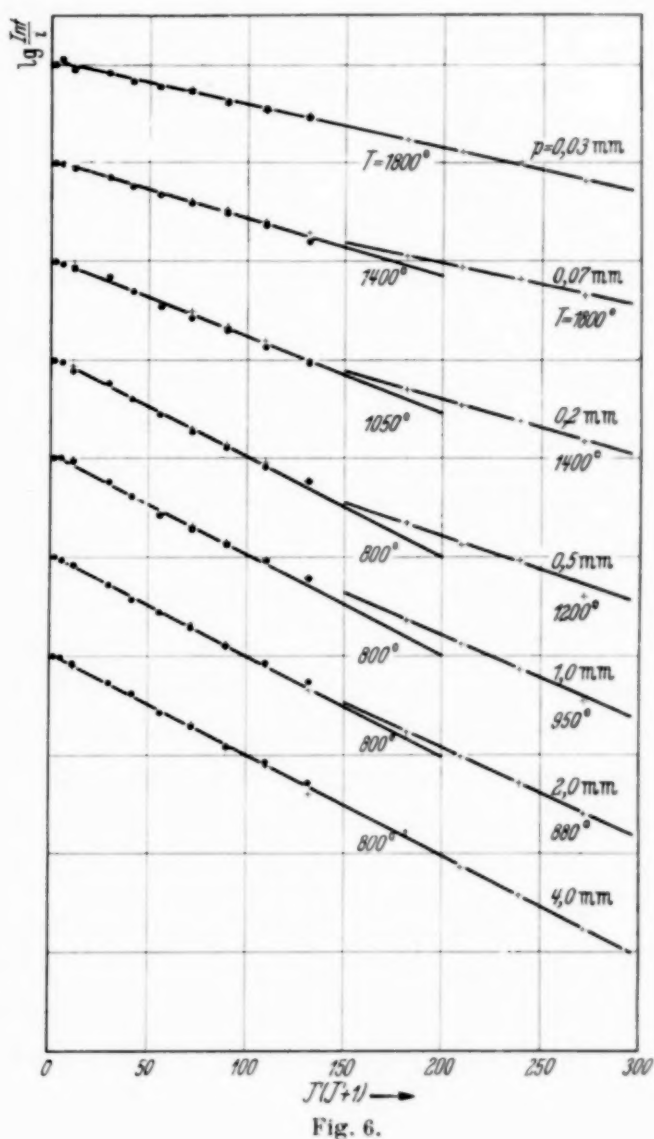
III. Die angegebene Temperatur von etwa 1800° abs., die wir als „Zerstäubungs-Verdampfungs-Temperatur“ bezeichnen möchten, entspricht nun keineswegs der Temperatur im Entladungsraum. Eine dieser Temperatur entsprechende Verteilung wird das AlH-Molekül erst annehmen, wenn es eine ausreichende Zahl von Zusammenstößen mit den Argonatomen

erlitten hat. Diese Möglichkeit besteht bei der Beobachtung des AlH bei möglichst hohem Argondruck. Fig. 5 zeigt, daß sich unter sonst gleichen Bedingungen bei einem Druck von etwa 4 mm eine Boltzmann-Verteilung von etwa 800° abs. einstellt.

IV. Es entsteht nun die Frage: Wie geht die Besetzung der Rotationsniveaus von einer statistischen Verteilung entsprechend 1800° abs. zu einer

statistischen Verteilung entsprechend 800° abs.

über? Dies zeigen die Darstellungen in Fig. 6, wo Aufnahmen bei mittleren Drucken unter sonst gleichen Bedingungen wie in Fig. 4 und 5 wiedergegeben sind. Um den Intensitätsverlauf klarer erkennen zu können, sind hier für die verschiedenen Drücke immer solche Anfangswerte angenommen, daß die Kurvenzüge in etwa gleichen Abständen untereinander liegen. Außerdem haben wir, um die Änderung der Intensitätsverteilung besser zeigen zu können, für die Neigung der Geraden, die sich durch die Anfangs- und Endwerte legen lassen, nicht den Neigungswinkel angegeben, sondern diejenige Temperatur, die



sich bei Boltzmann-Verteilung aus dieser Neigung ergeben würde. Das ist zwar nicht korrekt, aber wir erhalten auf diese Weise Größen, die den Übergangszustand gut charakterisieren. Wir sehen erstens, daß die Boltzmann-Verteilung im Zwischenstadium nicht erhalten bleibt, und zweitens, daß die von kleineren Rotationsniveaus ausgehenden Linien schneller die endgültige Intensitätsverteilung von 800° abs. erreichen, als die von höheren Niveaus ausgehenden Linien. So haben bei 0,5 mm Argondruck die 10

ersten Linien der Bande eine Intensitätsverteilung, die der Gastemperatur von 800° abs. bereits entspricht, während der Intensitätsverlauf der höheren Linien noch eine Temperatur von etwa 1200° abs. zeigt. Und erst bei einem Druck von etwa 4 mm besitzen auch diese Linien die endgültige Intensitätsverteilung von 800° abs. Wir sehen also, daß wir es hier mit zwei verschiedenen Temperaturbegriffen zu tun haben, der „Zerstäubungs-Verdampfungs-Temperatur“ und der „Gastemperatur“. Wir werden auch bei anderen Lichtquellen mit den gleichen Erscheinungen zu rechnen haben.

V. Über den Prozeß der Energieübertragung zwischen Translations- und Rotationsbewegung bei Zusammenstößen in Gasen können wir im Hinblick auf CuH und AlH zusammenfassend folgendes sagen. Bei CuH, wo am Anfang im wesentlichen der rotationslose Zustand besetzt ist, muß aus der Translationsenergie der Edelgasatome durch Zusammenstöße die Energie entnommen werden, um die höheren Rotationsstufen aufzufüllen. Dieser Prozeß erfordert eine so große Zahl von Zusammenstößen der Moleküle mit Edelgasatomen, daß wir selbst bei größten Drucken in der Glimmentladung noch nicht zur Boltzmann-Verteilung gelangen. Anders bei AlH; hier wird gleich zu Beginn Boltzmann-Verteilung beobachtet, d. h. auch höhere Rotationsniveaus sind besetzt. Die Zusammenstöße mit den Edelgasatomen haben also lediglich die Aufgabe, die bereits vorhandene Besetzung zu korrigieren. Dabei stellen wir fest, daß bei den höheren Rotationszuständen mehr Zusammenstöße notwendig sind als bei den niederen, um das neue statistische Gleichgewicht zu erreichen. Das Übergangsstadium wird umso ausgeprägter sein, je größer die Temperaturdifferenz zwischen der anfänglichen Zerstäubungs-Verdampfungs-Temperatur und der schließlich sich einstellenden Gastemperatur ist.

Wir werden in einer anderen Arbeit, die in Kürze erscheint, zeigen, daß die hier gegebene Deutung von Molekülbildungsprozessen auch die Möglichkeit gibt, die beim AlH als „Druckeffekt“ bezeichnete Erscheinung zu erklären; dort wird auch der Grund, warum wir hier die Bande nur bis P_{16} benutzt haben, angegeben werden.

Gedankt sei dem Deutschen Kupfer-Institut, Berlin, für die Überlassung von Elektrolytkupfer, das noch keinen Schmelzprozeß durchgemacht hat.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft sind wir für die Bereitstellung von Mitteln zu Dank verpflichtet.

Diese Untersuchung wurde mit dankenswerter Unterstützung der I. G. Farbenindustrie, Ludwigshafen-Oppau, durchgeführt.

Über rasterförmige Reflexionsgitter, Nachtrag.

Von **K.-H. Hellwege** in Göttingen.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 2. Dezember 1938.)

Frühere Rechnungen werden in einigen Punkten vervollständigt.

Die in einer früheren Arbeit¹⁾ abgeleitete Formel für das Beugungsbild von rasterförmigen Reflexionsgittern war insofern noch unvollständig, als eine Größe $|C|^2$, die als Faktor auftritt, zwar in ihren wesentlichen Eigenschaften, aber nicht genau bekannt war. Ferner war nur der Spezialfall gleicher Breite von Furche und Erhebung und nicht der allgemeine Fall behandelt worden. Diese Lücken sollen jetzt ausgefüllt werden.

Zunächst werde die Formel für das Raster mit den später gebrauchten Formeln für das an Stelle der Furchen durchlässige Gitter und die rechteckige Platte zusammengestellt (Bezeichnungen wie in der früheren Arbeit!):

Raster:

$$I_R = 4 a^2 h^2 |C|^2 \cdot \frac{\sin^2 \left[k (\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]}{\left[k (\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[k (\beta - \beta_0) \frac{a}{2} \right]}{\left[k (\beta - \beta_0) \frac{a}{2} \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 [N a k (\beta - \beta_0)]}{\sin^2 [a k (\beta - \beta_0)]} \cdot \cos^2 \frac{k}{2} [d (\gamma + \gamma_0) - a (\beta - \beta_0)]. \quad (1)$$

Gitter:

$$I_G = \frac{a^2 h^2}{\lambda^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[k (\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]}{\left[k (\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[k (\beta - \beta_0) \frac{a}{2} \right]}{\left[k (\beta - \beta_0) \frac{a}{2} \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 [N a k (\beta - \beta_0)]}{\sin^2 [a k (\beta - \beta_0)]}. \quad (2)$$

Platte von der Breite A und der Höhe h :

$$I_P = \frac{A^2 \cdot h^2}{\lambda^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[k (\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]}{\left[k (\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[k (\beta - \beta_0) \frac{A}{2} \right]}{\left[k (\beta - \beta_0) \frac{A}{2} \right]^2}. \quad (3)$$

¹⁾ K.-H. Hellwege, ZS. f. Phys. **106**, 588, 1937.

Für diejenigen Wellenlängen, für welche das die Intensitätsverteilung bestimmende \cos^2 -Glied seinen Maximalwert 1 hat, da die von der Vorder- und der Bodenfläche reflektierten Wellen gerade einen ganzzahligen Gangunterschied haben, ist die Amplitude des gebeugten Lichtes doppelt, die Intensität also vierfach so groß wie bei dem an Stelle der Furchen durchlässigen Gitter. Durch Vergleich von (1) und (2) ergibt sich für diese Wellenlänge der Wert von $|C|^2$ zu $1/\lambda^2$. Die Frage ist nun, ob für *alle* Wellenlängen identisch dasselbe gilt. Tatsächlich ist das der Fall. Der Beweis ergibt sich aus der Tatsache, daß die Rasterformel (1) als Spezialfall bei verschwindender Furchentiefe die Beugung an einer rechteckigen Platte von der Höhe h und der Breite $A = 2aN$ liefert. Geht man nämlich mit $d = 0$ und $a = \frac{A}{2N}$ in die Gleichung (1) hinein, so ergibt sich

$$I_R = 16 N^2 h^2 a^2 |C|^2 \cdot \frac{\sin^2 \left[k(\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]}{\left[k(\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[k(\beta - \beta_0) \frac{A}{2} \right]}{\left[k(\beta - \beta_0) \frac{A}{2} \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[k(\beta - \beta_0) \frac{A}{4N} \right] \cdot \cos^2 \left[k(\beta - \beta_0) \frac{A}{4N} \right]}{\sin^2 \left[k(\beta - \beta_0) \frac{A}{2N} \right]}. \quad (4)$$

Wegen $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ wird das zu

$$I_R = 4 N^2 a^2 h^2 |C|^2 \cdot \frac{\sin^2 \left[k(\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]}{\left[k(\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[k(\beta - \beta_0) \frac{A}{2} \right]}{\left[k(\beta - \beta_0) \frac{A}{2} \right]^2}, \quad (5)$$

woraus sich wegen $4a^2 N^2 = A^2$ für den Spezialfall $d = 0$ durch Vergleich mit (3)

$$|C|^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

ergibt. Da aber die Funktion $|C|^2$ nur Größen enthält, die sich auf die Vorderfläche des Rasters beziehen, definitionsgemäß also von d unabhängig ist, hat sie diesen Wert für *jedes* d .

Zum Schluß sei der Vollständigkeit halber noch die Intensitätsverteilung bei ungleicher Breite der Furchen und Erhebungen hingeschrieben:

$$I_R = 4h^2 |C|^2 \cdot \frac{\sin^2 \left[k(\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]}{\left[k(\alpha - \alpha_0) \frac{h}{2} \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[N k(\beta - \beta_0) \frac{g}{2} \right]}{\sin^2 \left[k(\beta - \beta_0) \frac{g}{2} \right]} \cdot \left\{ \frac{\sin^2 \left[k(\beta - \beta_0) \frac{a}{2} \right]}{[k(\beta - \beta_0)]^2} + \frac{\sin^2 \left[k(\beta - \beta_0) \frac{b}{2} \right]}{[k(\beta - \beta_0)]^2} + 2 \cdot \frac{\sin \left[k(\beta - \beta_0) \frac{a}{2} \right] \cdot \sin \left[k(\beta - \beta_0) \frac{b}{2} \right]}{[k(\beta - \beta_0)]^2} \cdot \cos [kx] \right\}. \quad (6)$$

Dabei ist $g = a + b$ die Gitterkonstante (Fig. 1) und

$$x = d(\gamma + \gamma_0) - \frac{g}{2}(\beta - \beta_0).$$

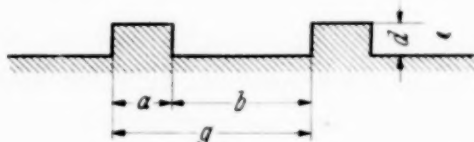


Fig. 1.

Für $a = b = g/2$ geht das in Gleichung (1) über. Ferner ergibt sich so eine zweite Bestimmungsmöglichkeit für $|C|^2$, da sich der Grenzübergang zur ebenen Platte in der Form

$$\lim b = 0, \quad \lim a = g = \frac{A}{N},$$

also ohne Veränderung der Furchentiefe durchführen läßt. Wie man leicht nachrechnet, ergibt dieser Übergang wieder die Gleichung (5), also durch Vergleich mit (3) wieder

$$|C|^2 = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Göttingen, II. Physikalisches Institut der Universität.

Anmerkung zur Theorie der Elementarteilchen.

Von **P. Jordan** in Rostock.

(Eingegangen am 8. Dezember 1938.)

Es wird die Möglichkeit erörtert, Elektron und Neutrino als primäre Bestandteile der schwereren Elementarteilchen aufzufassen.

Die neuerdings gemachten Feststellungen betreffs der Existenz weiterer Elementarteilchen neben den schon bekannten läßt das Problem einer Zurückführung dieser verschiedenen Teilchen auf Einfacheres noch dringlicher erscheinen. Obwohl eine derartige Zurückführung erst dann vollständig durchführbar werden dürfte, wenn die durch die Naturkonstante $l = 10^{-13}$ cm gekennzeichneten, über die Quantentheorie hinausgehenden Gesetzmäßigkeiten durchsichtiger geworden sind¹⁾, ist es vielleicht doch nicht sinnlos, schon jetzt einige ganz primitive Bemerkungen zur versuchsweisen Präzisierung der Vorstellungen zu wagen, wie sie im folgenden vorgetragen werden.

Wir wollen versuchen, Elektron und Neutrino als primäre Elementarteilchen aufzufassen, aus denen die schwereren aufzubauen sind. Dieser Versuch ist nahegelegt durch die Neutrinotheorie des Lichtes, welche das Lichtquant auf das Neutrino zurückzuführen sucht; Schwierigkeiten, welche sich dieser Neutrinotheorie des Lichtes entgegenzustellen schienen²⁾, sind inzwischen als überwindbar erkannt³⁾.

Bei einer Zusammensetzung von Elektronen und Neutrinos zu höheren Elementarteilchen liegt es nahe, das Vorkommen von mehr als einem Elektron innerhalb eines Teilchens auszuschließen. Wenn wir die von Majorana⁴⁾ und Furry⁵⁾ studierte Möglichkeit, das Neutrino *ohne* zugehöriges Antineutrino einzuführen, außer Betracht lassen, bekommen wir als einfachste zusammengesetzte Teilchen die folgenden:

$$\left. \begin{array}{lll} n_0 e^-; & n'_0 e^+; & n_0 n'_0; \\ n'_0 e^-; & n_0 e^+. & \end{array} \right\} \quad (1)$$

Hierin bedeutet e^+ , e^- ein positives bzw. negatives Elektron, n_0 ein Neutrino, n'_0 ein Antineutrino.

¹⁾ Vgl. W. Heisenberg, Ann. d. Phys. **32**, 20, 1938; ZS. f. Phys. **110**, 251, 1938. — ²⁾ M. H. L. Pryce, Proc. Roy. Soc. London (A) **165**, 247, 1938; M. Rao Proc. Ind. Acad. Sc. **7**, 293, 1938. — ³⁾ A. Sokolov, Nature **141**, 976, 1938; Physica **5**, 797, 1938. — ⁴⁾ E. Majorana, Nuovo Cimento **14**, 171, 1937. — ⁵⁾ W. H. Furry, Phys. Rev. **54**, 56 1938.

Die verschiedene Rolle, welche das *Neutron* erfahrungsgemäß in bezug auf positive und negative elektrische Ladungen spielt, kann nur vermittels einer analogen Unsymmetrie der Ladungsvorzeichen auch gegenüber dem *Neutrino* erklärt werden. Wir wollen annehmen, daß diese Unsymmetrie sich insbesondere derart äußert, daß zwar die in der ersten Zeile (1), aber nicht die in der zweiten Zeile (1) genannten Verbindungen existenzfähig sind. Danach identifizieren wir:

$$\left. \begin{aligned} n'_0 e^+ &= M^+; & n_0 e^- &= M^-; \\ n_0 n'_0 &= M^0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Hier soll M^+ , M^- ein positives bzw. negatives Mesotron (Yukon) bedeuten, und M^0 das entsprechende neutrale Teilchen. Es ergibt sich bemerkenswerterweise, daß dies neutrale Teilchen *kein zugehöriges Antiteilchen* besitzen kann; ein Ergebnis, das im Einklang ist mit der von Møller¹⁾ und Kemmer²⁾ vorgeschlagenen Theorie. Es sei betont, daß die Deutung von M^0 als Verbindung von Neutrino und Antineutrino nicht etwa den Annahmen der Neutrinotheorie des Lichtes widerspricht, da diese letztere in der vom Verfasser und R. de L. Kronig ausgeführten Form das Lichtquant *nicht* als eine Verbindung $n_0 n'_0$ interpretiert, sondern die Lichtquantenwirkungen *ohne* eine Wechselwirkung und Verbindung der Neutrinos untereinander auf Neutrinowirkungen zurückführt.

Offenbar würde übrigens das Schema (2) durchaus die Möglichkeit offen lassen, daß vielleicht verschiedene Anregungszustände der Teilchen M^+ , M^- , M^0 existieren.

Der anscheinend für die begrenzte Lebensdauer des Mesotrons in erster Linie maßgebende Prozeß

$$\left. \begin{aligned} M^+ &\rightarrow e^+ + n'_0, \\ M^- &\rightarrow e^- + n_0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ist nach (2) unmittelbar als Zerlegung dieses Teilchens in seine Bestandteile aufzufassen.

Im Aufbau weiterer Elementarteilchen aus je *drei* primären Teilchen wird man z. B. *nicht* einen Fall $n_0 n_0 n_0$, wohl aber einen Fall $n_0 n'_0 n_0$ in Betracht ziehen; man kommt dann zu folgenden Möglichkeiten:

$$\left. \begin{aligned} n_0 n'_0 e^+ &= P^+; & n_0 n'_0 e^- &= P^-; \\ n_0 n'_0 n_0 &= N; & n_0 n'_0 n'_0 &= N'. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Hier ist die Interpretation, die wir diesen Verbindungen geben möchten, schon angegeben: P^+ = Proton; P^- = negatives Proton; N = Neutron; N' = Antineutron.

¹⁾ C. Møller, Nature **142**, 290, 1938. — ²⁾ N. Kemmer, Proc. Roy. Soc. London (A) **166**, 127, 1938.

Die für die *Kernbindungskräfte* nach Yukawa maßgebenden Reaktionen:

$$\left. \begin{aligned} P^+ &\rightarrow N + M^+, \\ N &\rightarrow P^+ + M^-, \\ P^+ &\rightarrow P^+ + M^0, \\ N &\rightarrow N + M^0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

können jetzt einheitlich so beschrieben werden: Jedesmal findet eine einzige Paarerzeugung statt — entweder ein Elektronenpaar oder ein Neutrino paar bildend. Im übrigen findet lediglich eine Umordnung der Primärbestandteile, wie in einer chemischen Reaktion, statt. Heben wir die Erzeugung eines Paares durch das Zeichen (e^+, e^-) bzw. (n_0, n'_0) hervor, so können wir die Reaktionen (5) gemäß (4) und (2) so schreiben:

$$\left. \begin{aligned} n_0 n'_0 e^+ + (n_0, n'_0) &\rightarrow n_0 n'_0 n_0 + n'_0 e^+; \\ n_0 n'_0 n_0 + (e^+, e^-) &\rightarrow n_0 n'_0 e^+ + n_0 e^-; \\ n_0 n'_0 e^+ + (n_0, n'_0) &\rightarrow n_0 n'_0 e^+ + n_0 n'_0; \\ n_0 n'_0 n'_0 + (n_0, n'_0) &\rightarrow n_0 n'_0 n'_0 + n_0 n'_0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Die beiden β -Prozesse

$$\left. \begin{aligned} P^+ &\rightarrow N + e^+ + n'_0; \\ N &\rightarrow P^+ + e^- + n_0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

unterscheiden sich von den zwei ersten Prozessen (5), (6) nur dadurch, daß eine weitere Zerlegung — wie in (3) — stattfindet.

Man kann jedoch natürlich auch Prozesse angeben, bei welchen *ausschließlich* eine Umordnung der Primärteilchen, ohne Erzeugung eines Paares, eintritt: z. B.

$$N + e^+ \rightleftharpoons P^+ + n_0. \quad (8)$$

Doch wird der Fortfall der Paarerzeugung in diesem Falle natürlich keineswegs notwendigerweise eine besonders erhöhte Wahrscheinlichkeit dieses Prozesses ergeben; die Fermische Theorie muß für ihn in derselben Annäherung gültig sein, wie für (7). In der Tat läßt ja die Diracsche Löchertheorie die Paarerzeugung von Elektronen (bzw. Neutrinos) als einen Prozeß verstehen, in welchem *nur scheinbar* eine Teilchenerzeugung stattfindet, während in Wirklichkeit ein Übergang eines Teilchens zwischen einem Zustand mit positiver und einem mit negativer Energie vor sich geht.

Im Gegensatz zu dieser Paarerzeugung erschienen die Prozesse (3), (5), (7) bislang als *echte* Erzeugungen bzw. Vernichtungen von Elementarteilchen. Jedoch werden sie in der hier in Erwägung gezogenen Auffassung ebenfalls als bloße Übergangsprozesse ohne echte Erzeugung oder Vernichtung dargestellt.

Über die Schauer der kosmischen Ultrastrahlung in der Stratosphäre.

Von **E. Regener** und **A. Ehmert**, Friedrichshafen a. B.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 10. Dezember 1938.)

Mittels Ballongeräten wurde die Zunahme der weitgeöffneten vertikalen Schauer hinter 1 cm Blei bis zu einem Luftdruck von 40 mm Hg gemessen. Rechnet man die Bleiplatte in den Absorberweg mit 65 mm Hg ein, so ergibt sich *für die Schauer dieselbe Zunahme mit abnehmender Absorberschicht wie für die weiche Komponente in der vertikalen Strahlung*. Mit den weitgeöffneten Schauern wird also direkt der Verlauf der weichen Komponente der Ultrastrahlung gemessen. Bei Drucken > 350 mm Hg läßt sich dieser Verlauf durch ein Potenzgesetz mit dem Exponenten $-5,0 \pm 0,2$ darstellen.

Die Zunahme der Schauer der kosmischen Ultrastrahlung mit der Höhe ist von verschiedenen Forschern¹⁾ soweit untersucht worden, als die Messungen auf Bergen und im Flugzeug bei längeren Flügen durchgeführt werden konnten. Übereinstimmend ergab sich dabei, daß die Zahl der Schauer mit der Höhe stärker anwächst als die Zahl der vertikal einfallenden Teilchen. Da keinesfalls erwartet werden konnte, daß sich diese schnellere Zunahme der Schauer bis zur Grenze der Atmosphäre fortsetzt, war es von großem Interesse, die Schauer bis zu den Höhen der Stratosphäre zu messen.

Die Hauptschwierigkeit solcher mit Registrierballonen auszuführenden Messungen liegt in der geringen Zahl der Schauer und in dem hohen Gewicht des zur Schauererzeugung notwendigen Streukörpers. Dank der in letzter Zeit erzielten Verbesserungen der Zählrohre^{2) 3)}, einer zweckmäßigen Koinzidenzschaltung⁴⁾ und einer leichten, mit rotierender Kapazitätschaltung arbeitenden Hochspannungsquelle⁴⁾ gelang der Bau einer Anordnung, die ein Gesamtgewicht von 7,3 kg hatte und eine zuverlässige Registrierung der Schauer bei Ballonaufstiegen⁵⁾ erlaubte.

In Fig. 1 ist der Querschnitt der 9 cm langen Zählrohre und des ebenfalls 9 cm langen und 1 cm dicken Streukörpers aus Blei eingezeichnet. Die Zählrohre arbeiteten in Vierfach-Koinzidenzschaltung. Die Anordnung weist folgende, dem vorliegenden Zweck angepaßte Eigenschaften auf:

¹⁾ Literatur dazu siehe bei E. Miehlnickel, Höhenstrahlung (Ultrastrahlung) 1938, S. 254—256. — ²⁾ A. Trost, ZS. f. Phys. **105**, 399, 1937. — ³⁾ A. Ehmert u. A. Trost, ebenda **100**, 553, 1936. — ⁴⁾ Worüber der eine von uns (Ehmert) noch berichten wird. — ⁵⁾ Über die Technik dafür siehe E. Regener, Beitr. z. Phys. fr. Atmosphäre **22**, 249, 1935 und G. Pfozter, ZS. f. Phys. **102**, 23, 1936.

1. Es können bereits Schauer als Vierfach-Koinzidenzen registriert werden, die nur aus zwei ionisierenden Teilchen bestehen. Die Zahl der erfaßten Schauer wird dadurch verhältnismäßig hoch.

2. Die die Zählrohre durchsetzenden Schauerstrahlen haben einen großen Divergenzwinkel (im Mittel 25°), so daß eindeutig nur die weichen Schauer registriert werden.

3. Die Hauptrichtung der registrierten Schauer liegt nahe bei der Senkrechten. Damit wird eine eindeutige Zuordnung von Höhe und durchlaufener Schicht erzielt, eine Verbesserung, wie sie ähnlich die Benutzung der vertikalen Koinzidenzen [Pfotzer¹⁾] gegenüber den Messungen mit einem einzelnen Zählrohr [Regener und Pfotzer²⁾] brachte.

4. Die Wahrscheinlichkeit für zufällige Vierfach-Koinzidenzen³⁾ bleibt auch in der Stratosphäre noch so klein, daß bei dem erreichten Auflösungsvermögen⁴⁾ keine Korrekturen für zufällige Koinzidenzen erforderlich werden.

Das innere Auflösungsvermögen⁵⁾ unserer Zählrohre wurde mit der Braunschen Röhre zu $2 \cdot 10^{-4}$ sec bestimmt. Nach den Messungen von Regener und Pfotzer ist zu erwarten, daß die Impulszahlen unserer einzelnen Zählrohre in großen Höhen bis zu 1500/min ansteigen. Auch dann ist bei dem guten Auflösungsvermögen unserer Zählrohre nur ein Ausfall von höchstens 2,4% der Vierfach-Koinzidenzen zu erwarten, so daß dadurch keine merkliche Beeinflussung des Verlaufs der gemessenen Absorptionskurve eintreten kann⁶⁾. Im Gerät selbst konnten für die Zählrohre kleinere Überspannungen als bei der Untersuchung an der Braunschen Röhre benutzt werden, so daß die Verhältnisse in Wirklichkeit noch günstiger waren, wie dies aus folgender Versuchsreihe hervorgeht. Es wurden die Vierfach-Koinzidenzen der vertikal übereinander angeordneten Zählrohre ausgezählt, einmal unter normalen Verhältnissen, wobei die Einzelzählrohre 55 bis 60 Impulse/min gaben, das andere Mal, nachdem die Impulszahl der Einzelzählrohre durch Radiumpräparate auf 2400/min erhöht worden war. In beiden Fällen ergab sich innerhalb der 1% betragenden statistischen Unsicherheit die gleiche Zahl der von der Ultrastrahlung herrührenden Vierfach-Koinzidenzen. Die letzteren blieben also unbeeinflußt von einer starken Erhöhung der Impulszahlen der Einzelzählrohre, die sogar wesent-

¹⁾ G. Pfotzer, ZS. f. Phys. **102**, 23 u. 41, 1936. — ²⁾ E. Regener u. G. Pfotzer, Phys. ZS. **35**, 779, 1934. — ³⁾ Sie werden hier vor allem durch zufällig koinzidierende systematische Zweifach-Koinzidenzen hervorgerufen. —

⁴⁾ $5 \cdot 10^{-5}$ sec für zufällige Koinzidenzen. — ⁵⁾ A. Ehmert u. A. Trost, l. c. —

⁶⁾ Vergleiche die entsprechende Diskussion bei Pfotzer (l. c. S. 38), wo die Verhältnisse wesentlich ungünstiger lagen.

lich über die Verhältnisse in der Stratosphäre hinausging. Die Messungen in der Stratosphäre bedürfen also auch in dieser Hinsicht keiner Korrektur. An den gezählten Koinzidenzzahlen sind nur die geringen Korrekturen (maximal 3%) für den Ausfall von Koinzidenzen durch das beschränkte Auflösungsvermögen des mechanischen Zählwerkes (0,024 sec) anzubringen. Die im folgenden angegebenen Werte sind bereits korrigiert.

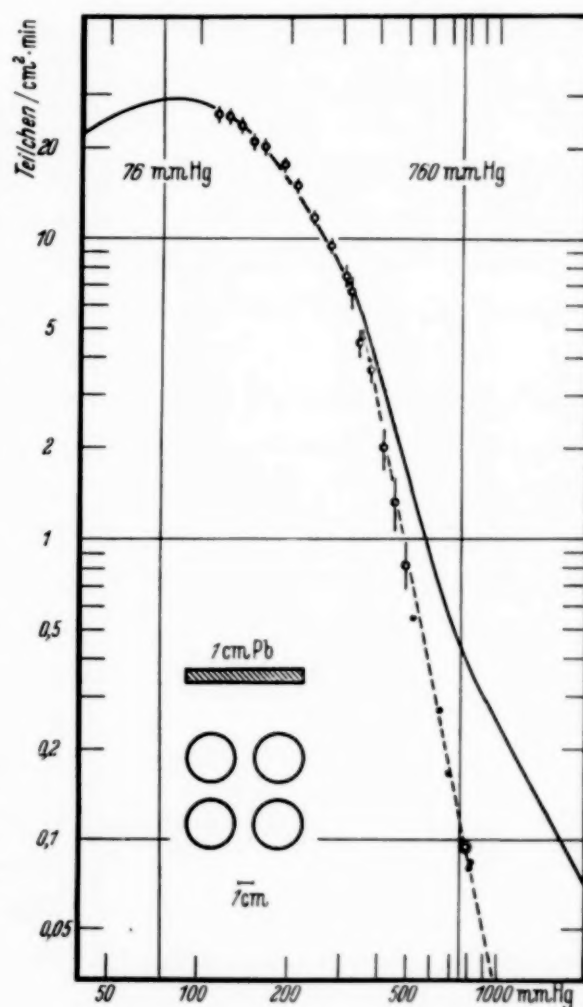
Fig. 1.

Meßpunkte: Die Häufigkeit der Schauer in Abhängigkeit vom Absorptionsweg. In diesen ist neben dem Luftdruck auch das Äquivalent der Bleiplatte mit 65 mm Hg mit einbezogen.

- Unsere Messungen mit der skizzierten Anordnung. Die Länge des Striches gibt die statistische Unsicherheit an.
- ⊙ Genaue Messung am Boden mit derselben Anordnung.
- Messungen von Johnson auf Bergen.

Ausgezogene Kurve: Die Häufigkeit der vertikalen Teilchen in Abhängigkeit vom Luftdruck nach Pfotzer und Ehmert.

Gestrichelte Kurve: Absorptionskurve für Schauer und gleichzeitig für die weiche Komponente der vertikalen Ultrastrahlung. Bei kleinen Drucken fallen beide Kurven eng zusammen.



Ein Aufstieg am 22. September 1938 führte bis zu einem Luftdruck von 123 mm Hg, ein weiterer am 13. Oktober 1938 ergab eine Registrierung der Schauer nur beim Aufstieg bis 40 mm Hg, wo die Registrierung durch einen plötzlich aufgetretenen Schaden stehenblieb. Die Registrierungen beider Aufstiege und diejenige während des Abstieges am 22. September 1938 stimmen innerhalb der statistischen Unsicherheit der Meßpunkte überein und konnten deshalb zu Mittelwerten zusammengefaßt werden. Die letzteren sind in Fig. 1 mit ihrer mittleren, durch senkrechte Striche ausgedrückten statistischen Unsicherheit eingezeichnet. Dabei wurde aber

zu dem zu jedem Meßpunkt gehörenden Luftdruck noch das proportional zum Quadrate der Ordnungszahl Z berechnete Äquivalent der Bleiplatte mit 65 mm Hg hinzuaddiert. Wie weiter unten gezeigt wird, empfiehlt sich dies, wenn die Kurve für die Schauer mit der Kurve für die vertikalen Teilchen verglichen werden soll.

In geringen Höhen ($p > 500$ mm Hg) war die Zahl der Schauer bei uns zu klein, um bei der benutzten Aufstiegeschwindigkeit der Ballone brauchbare Zählungen zu ermöglichen. Dagegen konnten wir am Boden (400 m ü. M.) durch eine lange Zählung einen sehr genauen, in der Fig. 1 durch \odot bezeichneten Meßpunkt erhalten. Für das Zwischengebiet liegen Beobachtungen auf Bergen von anderer Seite vor. Wir haben die sorgfältigen Messungen von Johnson¹⁾ herangezogen, dessen Anordnung am ehesten mit der unsrigen vergleichbar ist. Er benutzte Zählrohre in Dreiecksanordnung, über dem obersten Zählrohr einen Streukörper etwa von der Größe des Zählrohres. Wir haben seine Zahlen für die Schauer mit einem passenden Faktor multipliziert, so daß die Kurve durch seine Meßpunkte auch durch unseren genauen Bodenwert geht. Wie man sieht, liegen Johnsons Werte²⁾ bis 500 mm Hg (mit \bullet bezeichnet) in der von uns gewählten, doppelt logarithmischen Darstellung gut auf einer Geraden und unsere Werte von 500 mm Hg abwärts bis zu 350 mm Hg recht gut auf der Verlängerung derselben Geraden. Bis herab zu 350 mm Hg kann also die Höhenabhängigkeit der Zahl N der weitgeöffneten Schauer durch die Potenzfunktion dargestellt werden:

$$N_{(h)} = N_1 \cdot h^{-(5 \pm 0,2)}, \quad h \geq 350 \text{ mm Hg}, \quad (1)$$

wobei h die Absorberdicke einschließlich des Streukörpers und N_1 eine von der Apparatur abhängige Konstante bedeutet.

Die ausgezogene Kurve in Fig. 1 zeigt die Zahl der Vertikalteilchen in Abhängigkeit von der Absorberschicht. Bis zu etwa 550 mm Hg gibt diese Kurve das Ergebnis der Ballonmessungen von Pfitzer wieder. Für Drucke größer als 500 mm Hg wurde sie durch frühere Messungen des einen von uns ergänzt³⁾.

Durch einen passend gewählten Maßfaktor für die Intensität⁴⁾ wurde nun die Kurve für die vertikalen Teilchen unseren Meßpunkten für die Schauer in großen Höhen angepaßt.

¹⁾ T. H. Johnson, Phys. Rev. (2) **47**, 318, 1935. — ²⁾ Das Äquivalent des Bleies wurde auch hier berücksichtigt. — ³⁾ A. Ehmert, Phys. ZS. **38**, 975, 1937. — ⁴⁾ Dies entspricht bei dem logarithmischen Maßstab einer Parallelverschiebung der ganzen Kurve in der Richtung der Ordinatenachse, auf der die Intensität aufgetragen ist.

Der Vergleich der beiden Kurven, der Schauerkurve und der Kurve für die vertikalen Teilchen, zeigt nun, daß der steilere Anstieg der Kurve für die Schauer nur in ihrem unteren Teil (in niederen Höhen) auftritt, daß aber von Drucken von etwa 350 mm Hg abwärts (in Höhen über 7 km) unsere Meßpunkte für die Schauer sehr gut dem Verlaufe der Kurve für die vertikalen Teilchen folgen. In diesem oberen Gebiet gehört aber der weitaus überwiegende Anteil der vertikalen Teilchen zur weichen Komponente der Ultrastrahlung. Die Übereinstimmung beider Kurven führt uns also sofort zu dem Schluß, daß die gemessenen *weit geöffneten Schauer der weichen Komponente zuzuschreiben* sind.

Nach der Theorie von Bhabha und Heitler bzw. von Carlson und Oppenheimer besteht die weiche Komponente der Ultrastrahlung aus sehr schnellen Elektronen, die schon auf kurzen Strecken in Materie durch Strahlungsverluste abgebremst werden. Die dabei entstehenden Photonen erzeugen ihrerseits schnelle Elektronen, die bei der Abbremsung wieder Photonen bilden usw. Die weiche Komponente besteht daher bald aus lauter Schauerstrahlen. Das Zusammenfallen unserer Kurve der weit geöffneten Schauer mit der Kurve für die vertikalen Teilchen erscheint uns ein weiterer Beweis für die Richtigkeit dieser theoretischen Vorstellung über die weiche Komponente zu sein. Und es ergibt sich weiter, daß wir mit gewissen Vorbehalten (siehe darüber weiter unten), mit unserer Kurve der Schauer die Absorptionskurve der weichen Komponente der Ultrastrahlung gemessen haben. Da die weiche Komponente nachgewiesenermaßen proportional Z^2 absorbiert wird, so entsteht daraus auch die Begründung dafür, daß wir bei der kurvenmäßigen Darstellung der Schauerkurve in Fig. 1 auf der Abszisse zum Luftdruck noch das mit Z^2 umgerechnete Äquivalent des Streukörpers aus Blei hinzuaddiert haben.

Außerdem weist die Kurve für die vertikalen Teilchen im logarithmischen Maßstabe bei 320 mm Hg eine deutliche Richtungsänderung auf¹⁾. Wie die Fig. 1 zeigt, tritt in der Kurve für die Schauer derselbe Knick, und zwar noch ausgeprägter und bei demselben Druck auf, wenn man, wie wir es getan haben, den Absorptionswert für das Blei in den Druck mit einbezieht. Tut man dies nicht, so zeigt sich ein unschärferer Knick bei 255 mm Hg. Da die Differenz tatsächlich gerade dem von der Theorie vorausgesagten Äquivalent für das Blei entspricht, und die Übereinstimmung der Kurven *nach* der Korrektur auffallend gut ist, kann nicht bezweifelt

¹⁾ Der Ort der Richtungsänderung der Kurve in der doppelt logarithmischen Darstellung läßt sich genauer feststellen als die Lage des auch sonst beobachteten entsprechenden Buckels bei der gewöhnlichen linearen Darstellung.

werden, daß die gewählte Darstellung den Verhältnissen am besten gerecht wird. Auch muß der Knick der Kurve bei 320 mm Hg zu der weichen, aus Elektronen und Photonen bestehenden Ultrastrahlung gehören, wobei es offenbleibt, ob dieselbe mit der primären Elektronenkomponente direkt identisch ist, oder über die harte Komponente erzeugt wird¹⁾.

Das Auseinandergehen der Schauerkurve und der Kurve für die vertikalen Teilchen in ihrem unteren Teile zu größer werdenden Drucken hin, erklärt sich jetzt zwanglos dadurch, daß die weiche, die weit geöffneten Schauer liefernde Komponente mit zunehmendem Druck viel rascher geschwächt wird als die harte Komponente, und daß sich dementsprechend diese in geringen Höhen immer mehr bemerkbar macht und schließlich überwiegt. Die Kurve der vertikalen Teilchen zeigt also in ihrem unteren Teil immer mehr den flacheren Verlauf der harten Komponente. Die harte Komponente wird aber bei unseren Messungen nicht erfaßt, da sie nur sehr wenig Schauer gibt, die mit unserer für weit geöffnete Schauer eingestellten Anordnung registriert werden können²⁾.

Nach dem Vorstehenden ist also die von uns gegebene Schauerkurve auch als Absorptionskurve der weichen Komponente der vertikalen Ultrastrahlung zu betrachten. Auch diese Kurve kann also durch die Gleichung (1) mit dem Exponenten von ungefähr 5 dargestellt werden, allerdings zunächst mit dem Vorbehalt, daß sich vielleicht die Qualität (Härte und Divergenzwinkel) der Schauer mit der Dicke der durchlaufenen Luftschicht ändert und daß dadurch die Ansprechwahrscheinlichkeit unserer Apparatur von der Höhe abhängig ist. Dies ist jedoch nach den eingehenden Untersuchungen von Geiger und Mitarbeitern^{3) 4)} bei 1 cm Blei nicht zu erwarten. Eine weitere Bestätigung ergibt sich aus einer Betrachtung über den Anteil der weichen Komponente an der vertikalen Gesamtstrahlung. Aus unseren Kurven in Fig. 1 kann entnommen werden, daß in Meereshöhe die weiche Komponente an der vertikalen Strahlung mit 27% der Teilchen beteiligt ist, bei 500 mm Hg aber schon mit 50%. Dieser Anteil der weichen Komponente ist aber auch durch anderweitige Absorptionsmessungen bestimmt worden, bei denen der Absorber sich zwischen den Zählrohren einer Koinzidenzanordnung befand. Auger⁵⁾ findet auf diesem Wege bei 500 mm Hg 50% Anteil für die weichen Teilchen, Street und Woodward⁶⁾ finden bei 520 mm Hg

¹⁾ H. Euler u. W. Heisenberg, *Ergebnisse der exakten Naturwissensch.* **17**, 1, 1938. — ²⁾ Vgl. H. Geiger u. M. Heyden, *ZS. f. Phys.* **110**, 310, 318, 1938. — ³⁾ H. Geiger, *Ergebn. d. exakt. Naturwiss.* Bd. XIV, 1935. — ⁴⁾ H. Geiger u. M. Heyden, *ZS. f. Phys.* **110**, 310, 1938. — ⁵⁾ P. Auger, *Züricher Vortrag in „Kernphysik“*, Julius Springer, Berlin 1936. — ⁶⁾ Siehe bei Euler u. Heisenberg, l. c.

58% und in Meereshöhe etwa 20%, Morgan und Nielsen¹⁾ messen neuerdings in 800 m ü. M. 30% Anteil an weichen Teilchen. Man darf diese gute Übereinstimmung mit unseren Messungen als genügend dafür ansehen, daß der oben ausgesprochene Vorbehalt nicht notwendig ist, und daß man also die Kurve für die Schauer bzw. Gleichung (1) auch der Vertikalintensität der weichen Komponente zuschreiben darf. Dies wäre vielleicht nicht mit jeder beliebigen Anordnung der Fall. Sehr strahlenreiche Schauer werden z. B. nur von den sehr energiereichen Teilchen der weichen Komponente erzeugt. Unsere Anordnung kann dagegen schon kleine, d. h. strahlenarme Schauer erfassen, wie sie auch von weichen Elektronen knapp oberhalb der kritischen Energie ausgelöst werden.

Für diesen Fall können wir nach den Messungen von Pfotzer im Anschluß an die Messungen von Ehmert auch die Konstante N_1 der Gleichung (1) angeben. Sie bedeutet die nach Gleichung (1) *extrapolierte* Intensität bei $h = 1$. Wir beziehen hier die Teilchenzahl auf $\text{cm}^2 \cdot \text{min}$ und natürliche Winkeleinheit. Zählt man h in mm Hg, so wird bei dem Exponenten 5

$$N_1 = 2,9 \cdot 10^{13} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{min}^{-1}$$

(weiche Komponente).

In Fig. 1 sind die Zahlen für die absolute Teilchenzahl der vertikalen Strahlung angeschrieben. Multipliziert man diese Zahlen mit 2,6, so erhält man die Zahl der Schauer pro min, die unser Gerät registrierte.

Es liegt nahe, die Kurve für die harte Komponente als Differenz der beiden Kurven in Fig. 1 zu berechnen. Wir möchten dies aufschieben, bis entsprechend verbesserte Messungen vorliegen.

Dankend möchten wir erwähnen, daß unsere Arbeit sachlich unterstützt worden ist durch den Stifterverband der Deutschen Forschungsgemeinschaft, durch Herrn Robert Bosch in Stuttgart und Herrn Helmut Junghans in Schramberg i. Schwarzwald. Der eine von uns (A. Ehmert) dankt für persönliche Unterstützungen der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der William G. Kerkhoff-Stiftung in Bad Nauheim.

Friedrichshafen a. B., Seewiesenösch, Forschungsstelle für Physik der Stratosphäre in der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft, den 12. November 1938.

¹⁾ K. Z. Morgan u. W. M. Nielsen, Phys. Rev. **54**, 245, 1938.

(Mitteilung aus dem Max Planck-Institut, Berlin-Dahlem.)

Zur Deutung der als „Druckeffekt“ bezeichneten Erscheinung im Spektrum des Aluminiumhydrides.

Von **H. Schüler, H. Gollnow** und **H. Haber** in Berlin-Dahlem¹⁾.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 2. Dezember 1938.)

Bei Banden des AlH existiert ein Effekt, der darin besteht, daß in den verschiedensten Lichtquellen bei höherem Druck mehr Rotationslinien emittiert werden als bei niedrigem Druck. Im Gegensatz zu den bisher vorliegenden Deutungsversuchen, die Prädissoziation und Bildung der Moleküle im Gasraum annehmen, wird hier gezeigt, daß die Intensitätsverteilung bei niedrigstem Druck von einem Zerstäubungs-Verdampfungsprozeß an der Aluminiumoberfläche herrührt, und daß Aluminium und Wasserstoff sich an der Oberfläche der Elektroden bereits in molekularer Bindung befinden. Das Einstellen auf die dabei nicht besetzten höchsten Rotationsniveaus bei Erhöhung des Druckes geht durch Umwandlung von Translationsenergie des Gases in Rotationsenergie durch Stöße in ganz analoger Weise vor sich, wie es früher²⁾ beim CuH beobachtet ist.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit²⁾, die wir hier als bekannt voraussetzen müssen, haben die Verf. gezeigt, daß für die Erklärung des Intensitätsverlaufs innerhalb von Banden die Molekülbildungsprozesse an der Kathodenoberfläche (Zerstäubungs-Verdampfungsprozeß) von entscheidender Bedeutung sind. Die dort beschriebenen Befunde geben nun die Möglichkeit, einen besonderen Effekt beim AlH, der allgemein als „Druckeffekt“ bezeichnet wird, unter anderen Gesichtspunkten zu betrachten, als es bisher geschehen ist. Wie bereits von Mörikofer³⁾ erwähnt und von Bengtsson-Knave⁴⁾ detailliert beschrieben, zeigen die AlH-Banden, von denen wir die 0 — 0-Bande des $^1\Pi - ^1\Sigma$ -Überganges λ 4241 untersuchten, in Emission bei kleinem Wasserstoffdruck einen plötzlichen starken Intensitätsabfall, der bei der Bande λ 4241 im *P*-Zweig bei P_{17} einsetzt. Erhöhung des Wasserstoffdruckes bis zu einer Atmosphäre und mehr ruft eine Verlängerung des Bandenzweiges bis P_{21} hervor (vgl. Fig. 1). Dieser

¹⁾ Der eine von uns (H. Gollnow) dankt dem Ministerium für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung für die Bewilligung eines Stipendiums, wodurch ihm die Beteiligung an dieser Arbeit ermöglicht wurde. — ²⁾ H. Schüler, H. Gollnow u. H. Haber, ZS. f. Phys. **111**, 484, 1939. — ³⁾ W. Mörikofer, Verhandl. d. Naturforschenden Ges. in Basel XXXVI, 1924/25 (Diss. Basel). — ⁴⁾ E. Bengtsson-Knave, Nova Acta Reg. Soc. Scient. Upsaliensis, Serie 4, Vol. 8, Nr. 4, S. 84, 1932. (Hier auch ausführliches Literaturverzeichnis.)

anomale Effekt ist Gegenstand verschiedener Deutungsversuche geworden. So vermutet als erster Stenvinkel¹⁾, daß von P_{17} an die Rotationsniveaus in einem Prädissoziationsbereich liegen und daß erst bei höheren Drucken diese prädissoziierenden Rotationszustände von den normalen angeregten Zuständen aus so schnell aufgefüllt werden, daß die Verteilung zu einer nahezu thermischen wird. Lanczos²⁾ nimmt an, daß bei höheren Drucken die in angeregten prädissoziierenden Zuständen befindlichen Moleküle, bevor strahlungsloser Zerfall eintritt, durch Verkleinerung der Lebensdauer infolge von Stößen mit anderen Molekülen zur Emission von Strahlung veranlaßt werden. Farkas³⁾ ist der Meinung, daß bei niedrigem Gasdruck die Anregung im wesentlichen durch Elektronenstoß erfolgt und daß dann die prädissoziierenden Niveaus infolge der ständigen Dissoziation wenig besetzt sind. Bei steigendem Gasdruck wird die Emission des AlH immer ähnlicher einer Temperaturstrahlung. Verschiedene weitere Arbeiten von Wurm⁴⁾, Holst und Hulthén⁵⁾, und von Rydberg⁶⁾, die sich mit dem vorliegenden Druckeffekt beschäftigen, haben alle das mit den erstgenannten Arbeiten gemeinsam, daß sie erstens

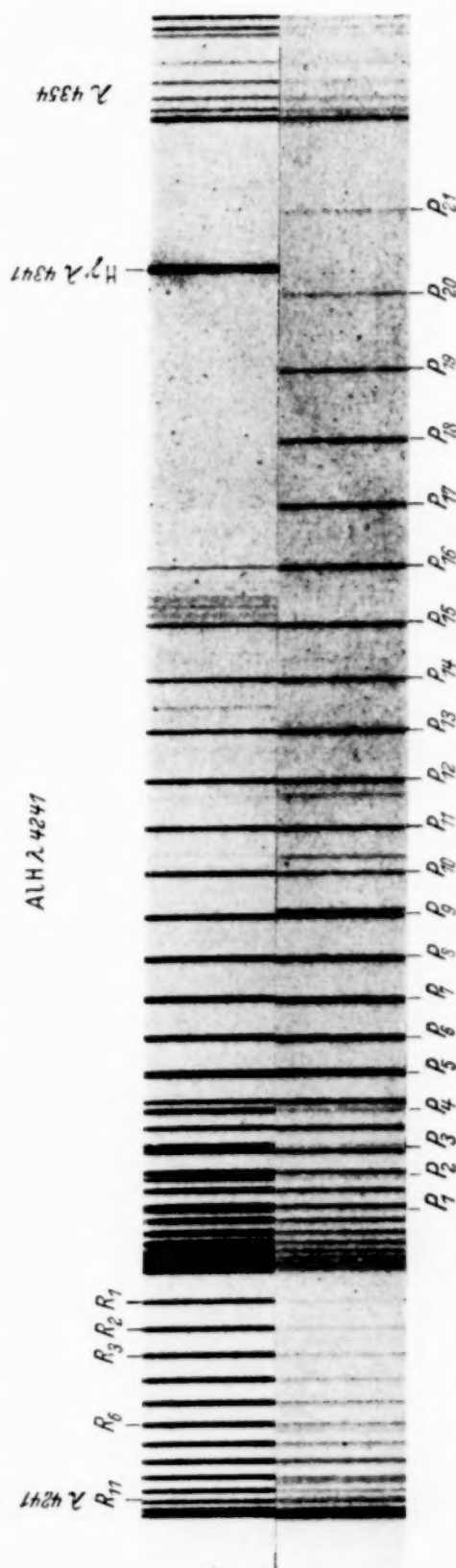


Fig. 1. Oben: Gekühlte Hohlkathode in Wasserstoff bei Atmosphärendruck. Unten: Abreißbogen in Wasserstoff bei Atmosphärendruck, $p = 2$ mm (Hg).

¹⁾ G. Stenvinkel, ZS. f. Phys. **62**, 201, 1930. — ²⁾ C. Lanczos, ebenda **68**, 204, 1931. — ³⁾ L. Farkas, ebenda **70**, 733, 1931; L. Farkas u. S. Levy, ebenda **84**, 195, 1933. — ⁴⁾ K. Wurm, ebenda **76**, 309, 1932. — ⁵⁾ W. Holst u. E. Hulthén, ebenda **90**, 712, 1934; W. Holst, ebenda **90**, 728, 735, 1934. — ⁶⁾ R. Rydberg, ebenda **92**, 693, 1934.

als Ursache des Effektes die Prädissoziationserscheinung annehmen, und zweitens immer von der Voraussetzung ausgehen, daß die AlH-Moleküle erst im Gasraum gebildet werden. Hierbei zeigt sich bereits, daß die Annahme der Prädissoziation durch Repulsivterm auf ziemlich Schwierigkeiten stößt (siehe besonders W. Holst, l. c.). Wir glauben nun, daß die bei geringstem Druck beobachtete Intensitätsverteilung in der AlH-Bande (Abbrechen der Intensität bei P_{17}) in allen Lichtquellen (Hohlkathodenentladung, Bogen, Kingscher Ofen) derjenigen Rotationsverteilung entspricht, die dem Zerstäubungs-Verdampfungsprozeß des bereits als Molekül an der Oberfläche vorhandenen AlH zukommt, und daß die Auffüllung der höheren Rotationsniveaus bis P_{21} lediglich eine Folge der Stoßvermehrung infolge Druckerhöhung ist. Wir haben ja beim CuH gesehen, daß die Auffüllung höherer, nicht besetzter Rotationszustände aus niederen durch Zusammenstöße erhebliche Vermehrung der Stoßzahlen durch Druck erfordert. Die Schnelligkeit, mit der sich die höheren Rotationsniveaus auffüllen, hängt bei *gleichem* Gasdruck von zwei Faktoren ab: Erstens von der Aufenthaltsdauer des Moleküls im Entladungsraum (diese ist bedingt durch die Dimensionen des Entladungsraumes), zweitens von der Translationsenergie (Temperatur) des Gases, dem diese Energie entnommen wird. Danach sind die Befunde von Wurm (l. c.) im Kingschen Ofen verständlich. Da dort infolge des Temperaturleuchtens nicht nur die gesamte Kathodenoberfläche, sondern auch das Gas die Temperatur von etwa 2100° abs annimmt, können wegen der hohen Translationsenergien im Gasraum bereits bei 1 mm Druck die hohen Rotationsniveaus schneller aufgefüllt werden, als zum Beispiel in der gekühlten Hohlkathode bei gleichem Gasdruck, wo die Gastemperatur etwa 1000° unter der Temperatur des Verdampfungsprozesses liegt. In diesem Falle ist die Zahl der Gasatome, die eine genügend hohe Translationsenergie zur Auffüllung der hohen Rotationsniveaus besitzen, wesentlich geringer. Außerdem sind in Wurms Versuch die Dimensionen des Entladungsraumes auch größer als die unserer kleinen Kathode. Der weitere Befund von Wurm, daß die Glieder P_{17} bis P_{21} bei Elektronenanregung im Kingschen Ofen erst bei wesentlich höherem Gasdruck als bei rein thermischer Anregung erscheinen, daß also scheinbar ein Unterschied zwischen Elektronenanregung und thermischer Anregung besteht, erklärt sich nach unserer Auffassung dadurch, daß bei Elektronenanregung eine wesentlich geringere Temperatur im Kingschen Ofen herrscht. In diesem Falle hat auch das Gas eine geringere Translationsenergie, damit sinkt die Zahl der Teilchen, welche die zur Auffüllung der höchsten Rotationsstufen erforderliche Energie besitzen.

und erst nach entsprechend mehr Zusammenstößen wird die Auffüllung der letzten Rotationsstufen möglich. Ganz analog sind auch die Befunde von Olsson¹⁾ zu deuten, der in einem Bogen in Leuchtgas von Atmosphärendruck eine verschieden lange Ausbildung der Rotationsbande des AlH findet je nach der Temperatur der Kathode.

Ein Zeichen dafür, daß für die Verteilung der Intensitäten die Aufenthaltsdauer der AlH-Moleküle im Entladungsraum von primärer Bedeutung ist und nicht der Druck, ist das Ergebnis folgenden Versuchs. Wir haben

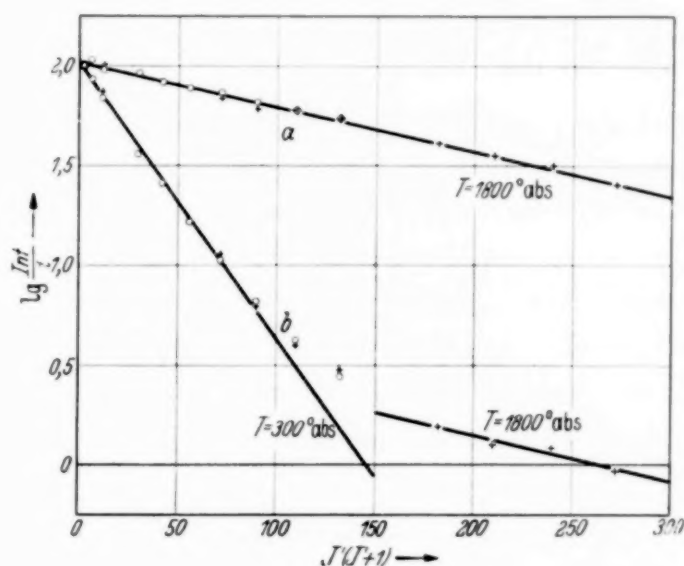


Fig. 2.

die Intensitäten der AlH-Bande bei einem Druck von etwa 0,03 mm (Argon) und einer Stromstärke von 200 mA sowohl in einer kleinen Kathode (4 mm Durchmesser, 15 mm Tiefe) als auch in einer bedeutend größeren Kathode (25 mm Durchmesser, 90 mm Tiefe), beide mit flüssiger Luft gekühlt, untersucht. Fig. 2a zeigt, daß in der kleinen Kathode noch die Boltzmann Verteilung des Zerstäubungs-Verdampfungsprozesses ($T_{\text{abs}} \sim 1800^\circ$) vorhanden ist; während (Fig. 2b) in der großen Kathode mit der längeren Aufenthaltsdauer der Moleküle und infolge der geringeren Stromdichte auch geringeren Gastemperatur die Intensitäten der ersten 7 Linien schon die Boltzmann-Verteilung der Gastemperatur ($T_{\text{abs}} \sim 300^\circ$) angenommen haben, die letzten Linien dagegen, wie wir es in der früheren Arbeit (l. c.) bereits beschrieben haben, weisen noch die dem Zerstäubungs-Verdampfungsprozeß entsprechenden Intensitäten einer hohen Temperatur ($T_{\text{abs}} \sim 1800^\circ$) auf. Wir haben hier wieder ein typisches Beispiel eines Übergangszustandes

¹⁾ E. Olsson, ZS. f. Phys. **104**, 402, 1936.

von einer Boltzmann-Verteilung (1800°) auf eine andere von viel tieferer Temperatur (300°).

Unsere Auffassung, daß das AlH-Molekül als fertiges Molekül die Metalloberfläche verläßt, erklärt auch gelegentliche Beobachtungen von Holst, Hulthén und Rydberg (l. c.), die darauf hinweisen, daß in einer Bogenentladung in einem Gasgemisch von leichtem und schwerem Wasserstoff anfänglich die AlD-Banden schwächer auftreten, als es der prozentualen Zusammensetzung der beiden Wasserstoffarten entsprechen würde. Das ist nach unserer Ansicht verständlich, weil zuerst die Elektrodenoberfläche noch mit gewöhnlichem Wasserstoff beladen ist, und deshalb im ersten Stadium noch die AlH-Banden überwiegen werden.

Die bei niedrigsten Drucken beobachtete Verteilung der Rotationszustände muß angesehen werden als eine Verteilung, die für die Verhältnisse des Zerstäubungs-Verdampfungsprozesses an der Metalloberfläche typisch ist. Dabei weist die Beobachtung an der AlH-Bande λ 4241, in der das Abbrechen bei niedrigstem Druck sowohl in der Glimmentladung wie im Bogen und bei thermischer Anregung bei P_{17} stattfindet, darauf hin, daß wir überall den gleichen Zerstäubungs-Verdampfungsprozeß vor uns haben. In diesem Zusammenhang wäre es interessant, die Abbrechstellen der verschiedenen Banden miteinander zu vergleichen, weil dadurch die Möglichkeit gegeben ist, sich ein Bild über den Gesamtzustand der AlH-Moleküle an der Metalloberfläche zu machen. Trotz des einheitlichen primären Entstehungsprozesses in den verschiedenen Lichtquellen wird die Breite der AlH-Linien ganz verschieden sein, je nachdem unter welchen Entladungsbedingungen an sekundärer Stelle im Entladungsraum die AlH-Linien beobachtet werden.

Bei unseren relativ niedrigen Drucken und Temperaturen in der Hohlkathodenentladung beobachten wir zwar noch kein Temperaturgleichgewicht in den Stufen über P_{16} hinaus, aber an der Intensitätssteigerung von P_{17} gegenüber P_{16} innerhalb des von uns untersuchten Druckbereiches erkennen wir auch schon die Tendenz, die höchsten Niveaus aufzufüllen, denn bei 0,03 mm Druck verhält sich die Intensität von $P_{16} : P_{17}$ wie 1 : 0,3, bei 3 mm Druck dagegen wie 1 : 0,6.

Bei höheren Drucken in der Größenordnung von einer Atmosphäre ist, wie bei der Bildung des CuH im Bogen (siehe die frühere Arbeit l. c.), auch mit der Bildung von Molekülen im Gasraum durch Dreierstoß zu rechnen.

Wir glauben, daß die Beobachtungen des Intensitätsverlaufes von Banden bei niedrigstem Druck in der Hohlkathode infolge des Entstehens

der Moleküle im Zerstäubungs-Verdampfungsprozeß auch noch zur Deutung weiterer Erscheinungen bei anderen Molekülen herangezogen werden müssen.

Wir danken Frl. cand. rer. nat. E. Fechner für ihre Hilfe bei den Aufnahmen und der Auswertung der Spektren, und Herrn Dr. Hochheim, Ludwigshafen-Oppau, für die freundliche Überlassung von Proben reinsten Aluminiums.

Die Gesellschaft für Lindes Eismaschinen, Höllriegelskreuth, hat uns auch diesmal freundlichst die benutzten Edelgase kostenlos zur Verfügung gestellt.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft sind wir für die Bereitstellung von Mitteln zu Dank verpflichtet.

Diese Untersuchung wurde mit dankenswerter Unterstützung der I. G. Farbenindustrie, Ludwigshafen-Oppau, durchgeführt.

Ein bemerkenswertes Isotop des Cassiopeiums.

Von **J. Mattauch** und **H. Lichtblau** in Wien.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 5. Dezember 1938.)

Es wird massenspektrographisch festgestellt, daß das von anderer Seite aus der Hfs.-Aufspaltung erschlossene zweite Isotop des Cp entgegen allen Vermutungen die Massenzahl 176 besitzt. Ähnlich wie ^{40}K bildet es als gerades Isotop eines ungeraden Elementes eine Ausnahme. Da es benachbarte Isobare besitzt, muß man es für die kürzlich gemeldete natürliche β -Aktivität des Cp verantwortlich machen. Die photometrische Messung ergab die relative Häufigkeit $^{175}\text{Cp} : ^{176}\text{Cp} = 100 : 2,58 \pm 0,07$. Daraus ergibt sich mit dem neuen Dempsterschen Wert des Packungsanteils für Cp ein chemisches Atomgewicht von $174,99_5 \pm 0,01$ in ausgezeichneter Übereinstimmung mit dem kürzlich von Hönigschmid neubestimmten Wert 174,99. Als obere Grenze für die Häufigkeit eventueller anderer Isotopen konnte für die Massenzahl 174 $0,45^\circ_{\infty}$ für andere Massenzahlen je $0,4^\circ_{\infty}$ angegeben werden.

Die Untersuchung des Elements Nr. 71, dessen „internationale“ Bezeichnung in den verschiedenen Ländern Cp (Cassiopeium) oder Lu (Lutetium) ist, auf seine Isotopenzusammensetzung hat eine kurze, aber wechselvolle Geschichte. Aston¹⁾, der das Element als erster im Massenspektrographen untersuchte, berichtet, daß er gute Spektren erhielt, die endgültig zeigen, daß Cp ein einfaches Element von der Massenzahl 175 sei; unter der Annahme eines Packungsanteiles von -3 erhielt er nach Umrechnung auf die chemische Skala als Atomgewicht den Wert $174,91 \pm 0,05$. Für das folgende ist es nicht unwichtig, daß Aston die Schlitze seines Apparates recht weit eingestellt hatte, um große Lichtstärke zu erhalten. Er sagt, daß die Auflösung für Isotopen der seltenen Erden, die sich um zwei Masseneinheiten unterscheiden, noch reichlich gewesen sei; wo sie aber nur um eine Einheit differierten, sei die Identifizierung schwacher Isotopen schwierig und die Schätzung der relativen Häufigkeit grob gewesen. Auf Aufnahmen der Hyperfeinstruktur (Hfs.) von Cp-Linien beobachtete Gollnow²⁾ sehr schwache Komponenten, die nicht zu dem erwarteten Linienbild des ^{175}Cp gehören konnten. Er deutete sie als Linien eines bisher unbekannten Isotops sehr geringer Häufigkeit. Aus den bekannten Gesetzmäßigkeiten der Hfs.³⁾ folgert er, daß das neue Isotop wegen der vorhandenen Aufspaltung ebenfalls ungerade sei. Da ein Sprung von vier Masseneinheiten bei ungeraden Elementen bisher nicht beobachtet

¹⁾ F. W. Aston, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 46, 1934. — ²⁾ H. Gollnow, ZS. f. Phys. **103**, 443, 1936. — ³⁾ Vgl. H. Schüler u. H. Korsching, ebenda **102**, 373, 1936.

wurde, schließt Gollnow auf die Massenzahl 173 oder 177. Obwohl es bereits Ansätze gab, aus der Existenz von isobaren Kernen auf die mögliche Instabilität eines Kernes zu schließen, nimmt Gollnow wegen der unzureichenden Kenntnis der Nachbarelemente des Cp davon Abstand. Die relative Häufigkeit des schwachen Isotops gibt Gollnow aus seinen Messungen zu $1,5\% \pm 0,5\%$ an; er weist auf den ungewöhnlichen Wert hin, da die übrigen ungeraden Elemente mit zwei Isotopen in der Regel größenordnungsmäßig ähnliche Häufigkeit besitzen. Bald darauf veröffentlichte Hönigschmid¹⁾ eine vorläufige Mitteilung einer Präzisionsbestimmung des chemischen Atomgewichts von Cp, die den Wert 174,98 ergab. Hönigschmid stellte fest, daß sich das aus der Isotopenzusammensetzung berechnete Atomgewicht zu 174,96, also ziemlich nahe seinem chemischen Wert ergeben würde, falls das Gollnowsche Isotop die Massenzahl 177 hätte und mit einer Häufigkeit von 2,5% vorkäme, ein Wert, der nach Mitteilung von Gollnow gerade noch mit seinen Messungen verträglich wäre. Wie der eine von uns gelegentlich bemerkt²⁾, sollte dieses Isotop, falls sich seine Massenzahl bestätigt, nach der Isobarenregel β -aktiv sein, da es ein stabiles benachbartes Isobar $^{177}_{72}\text{Hf}$ besitzt. Tatsächlich teilten Heyden und Wefelmeier³⁾ kürzlich mit, daß sie mit dem Zählrohr eine natürliche β -Aktivität des Cp feststellen konnten. Die Sachlage änderte sich aber einigermaßen, als Dempster⁴⁾ die aus seinen Messungen sich ergebende Packungsanteilkurve für schwere Elemente veröffentlichte. Danach sollte Cp einen Packungsanteil von $+1$ besitzen, woraus sich unter der Annahme eines einzigen Isotops von der Massenzahl 175 ein Atomgewicht von 174,97 errechnet, in praktischer Übereinstimmung mit dem chemischen Wert von Hönigschmid. Jedenfalls wäre nur mehr $\frac{1}{2}\%$ ^{177}Cp erforderlich, um genau auf den Hönigschmidschen Wert zu kommen.

Bereits im Dezember vorigen Jahres ersuchte mich Prof. Hönigschmid um die massenspektrographische Untersuchung seines Cp-Präparates. Leider war damals unser Massenspektrograph auf lange Zeit für Präzisionsmessungen festgelegt und es erschien nicht ratsam, eine Verstellung der Breiten von Spalt und Blende vorzunehmen, wie sie zur Auffindung seltener Isotope notwendig gewesen wäre. Es traf sich daher glücklich, daß im Februar dieses Jahres Prof. W. Wahl aus Helsingfors einen möglichst

1) O. Hönigschmid, Naturwiss. **25**, 748, 1937. — 2) J. Mattauich, ZS. f. techn. Phys. **18**, 526, 1937 u. Naturwiss. **25**, 812, 1937. — 3) M. Heyden u. W. Wefelmeier, ebenda **26**, 612, 1938. — 4) A. J. Dempster, Phys. Rev. **53**, 869, 1938.

identischen Apparat bestellte, der in unserer Institutswerkstätte gebaut und mit dessen Konstruktion und Aufstellung der eine von uns (H. L.) betraut wurde. Hierauf stand uns im Herbst dieser Massenspektrograph für einige Wochen zwecks Erprobung zur Verfügung, die wir für die Untersuchung des Cp benutzten¹⁾.

Das Präparat, das uns Hönigschmid übersandte — es war dasselbe, an dem die Atomgewichtsbestimmung vorgenommen worden war — war reines Cp_2O_3 , das nach röntgenographischem Befund von Frau Dr. Ida Noddack 1,18% Yb und sonst keine seltenen Erden enthielt²⁾. Zur Erzeugung der Ionenstrahlen wurde ähnlich vorgegangen, wie dies schon gelegentlich früherer Untersuchungen mit Sr, Pb und Nd beschrieben wurde³⁾. Es wurden ungefähr 30 mg des Hönigschmidschen Präparates in kleine Löcher der Kathode gefüllt (später fügten wir noch einmal etwa 20 mg hinzu) und die Entladung bei den ersten Aufnahmen mit Luft aus einer Vorratsflasche mit Hg-Manometer und bei den späteren Aufnahmen mit reinem, durch Erhitzen von PbO_2 erzeugten Sauerstoff betrieben. Vor Eintritt in die Röhre hatte das Füllgas eine mit flüssiger Luft gekühlte Falle zu passieren. Die Spaltbreite war auf 0,1 mm, die Breite der Blende zwischen elektrischem und magnetischem Feld auf 2 mm eingestellt. Bereits die erste Platte zeigte, ebenso wie alle folgenden, eine Linie bei der Massenzahl 176, jedoch keine Spur bei 177 oder 173. Die Linie 176 trat bei Expositionen von mehr als 15 min stets deutlich auf. Die Aufnahmen erfolgten auf den empfindlichen Q_3 -Platten der Ilford Ltd. Da diese leicht zu Schleierbildung neigen, wurde für die spätere Photometrierung die Linie von ^{175}Cp mit kurzer Exposition zum Vergleich neben die Linie 176 der Hauptaufnahme gesetzt. Das ist leicht durch eine geringe Änderung der Stärke des Magnetfeldes zwischen den Belichtungen zu bewirken. Zunächst wurden einige Aufnahmen mit mehreren Vergleichsaufnahmen hergestellt, bei denen das Verhältnis der Expositionszeiten der Hauptaufnahme (etwa 30 bis 40 min) zu denen der Vergleichsaufnahmen 100 : 1,5 : 2,0 : 2,5 : 3,0 oder 100 : 2,0 : 3,0 : 4,0 war. Diese zeigten bereits visuell, daß die Linie 176 auf der Hauptaufnahme dann dieselbe Intensität wie ^{175}Cp auf der Vergleichsaufnahme hatte, wenn sich die Expositionszeiten wie 100 : 2,5 verhielten. Mit diesem Verhältnis wurde dann eine Reihe weiterer Aufnahmen gemacht.

¹⁾ Wir möchten auch hier nicht verfehlen, Herrn Prof. W. Wahl für seine freundliche Geduld bestens zu danken. — ²⁾ Vgl. O. Hönigschmid, l. c. — ³⁾ J. Mattauch, Naturwiss. **20**, 170 u. 189, 1937; J. Mattauch u. V. Hauk, ebenda **25**, 763 u. 780, 1937.

Man ist vielleicht zunächst in Versuchung, die Linie bei 176 als Hydrid des ^{175}Cp anzusprechen. Dagegen ist folgendes zu sagen: Wegen des großen Massenbereichs beim doppeltfokussierenden Massenspektrographen hatten wir auf jeder Aufnahme Linien von der Masse ^{12}C angefangen bis über die Isotopen des Hg hinaus. Gleichgültig, ob nun die für Wasser charakteristischen Linien OH und OH_2 schwach (gut eingebrannte Entladungsröhre) oder stark waren (nach Einfüllen von frischem Cp_2O_3), stets war das Verhältnis der Intensität der Linie 176 zu ^{175}Cp konstant, und auch unabhängig davon, ob das Füllgas für die Entladung Luft oder Sauerstoff war. Obwohl die Linie 87,5 für $^{175}\text{Cp}^{++}$ und bei den Aufnahmen in O_2 die Linie 191 für ^{175}CpO sehr gut sichtbar waren, konnten sie doch nicht mit der Intensität erhalten werden, die notwendig gewesen wäre, um die entsprechenden Linien des schwachen Begleiters aufscheinen zu lassen. Der Platz 88 war außerdem manchmal mit wechselnder Intensität von einer Linie besetzt, die dadurch zustande kommt, daß CO_2^{++} zwischen den beiden Ablenkfeldern in das einfach geladene Molekül umgeladen wird¹⁾. Wenn unter den gegebenen Bedingungen überhaupt ein Hydrid des Cp auftritt, dann müßten wohl auch die damit chemisch so verwandten übrigen seltenen Erden Hydridbildung zeigen. Als Vergleichssubstanz wurde nun das dem Cp am nächsten stehende ungerade Element der seltenen Erden gewählt, das wir erhalten konnten, nämlich Europium²⁾. Dieses Element hat zwei praktisch gleich häufige Isotopen in einem Abstand von zwei Masseneinheiten und eignet sich daher für die Untersuchung des Auftretens von Hydridbildung ausgezeichnet. Die eine Hälfte der Kathodenlöcher wurde jetzt mit Europiumoxalat gefüllt und in der anderen Hälfte das Cassiopeiumoxyd belassen. Das Füllgas war Luft. Die nun neu auftretenden Eu-Linien konnten zwar nicht in derselben Stärke erhalten werden, wie die Linie für ^{175}Cp , jedoch verhielt sich auf den besten Aufnahmen die Intensität jeder der beiden Eu-Linien zu der von ^{175}Cp wie 1 : 2. Dies konnte aus den Photometerdiagrammen an der Höhe der Maxima gleich starker Hg-Isotopen, deren Häufigkeit gut bekannt ist, abgelesen werden. Von Hydriden der Eu-Isotopen (und übrigens auch der des Hg) konnte keine Spur beobachtet werden, obwohl noch etwa $\frac{1}{6}$ der Intensität der gleichzeitig auftretenden Linie 176 hätte beobachtet werden müssen. Die Linie 176 kann

¹⁾ Vgl. H. Lichtblau, Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss. Wien, Math.-nat. Kl. IIa, **147**, 101, 1938 und J. Mattauch u. H. Lichtblau, Phys. ZS. (im Druck). — ²⁾ Wir möchten auch an dieser Stelle Herrn Prof. K. Przibram unseren herzlichsten Dank sagen für die freundliche Überlassung einer für unsere Untersuchungen mehr als ausreichenden Menge eines reinen Eu-Präparates, das von H. N. McCoy hergestellt worden war.

daher nur höchstens zu $\frac{1}{3}$ ihres Betrages von ^{175}CpH gebildet sein. Auf Fig. 1 ist eine dieser Aufnahmen mit dem zugehörigen Photometerdiagramm wiedergegeben. Die im Original noch sichtbaren Hauptisotopen des Wolframs rühren von dem aus diesem Material hergestellten Anodenstift der Entladungsröhre her. Gegen die Deutung der neuen Linie als ^{175}CpH spricht auch der Befund von Gollnow (l.c.), der bereits aus dem optischen Spektrum des Cp, wo der Hydridverdacht wegfällt, die Existenz eines neuen Isotops noch unbestimmter Massenzahl abgeleitet hatte, das mit einer Häufigkeit

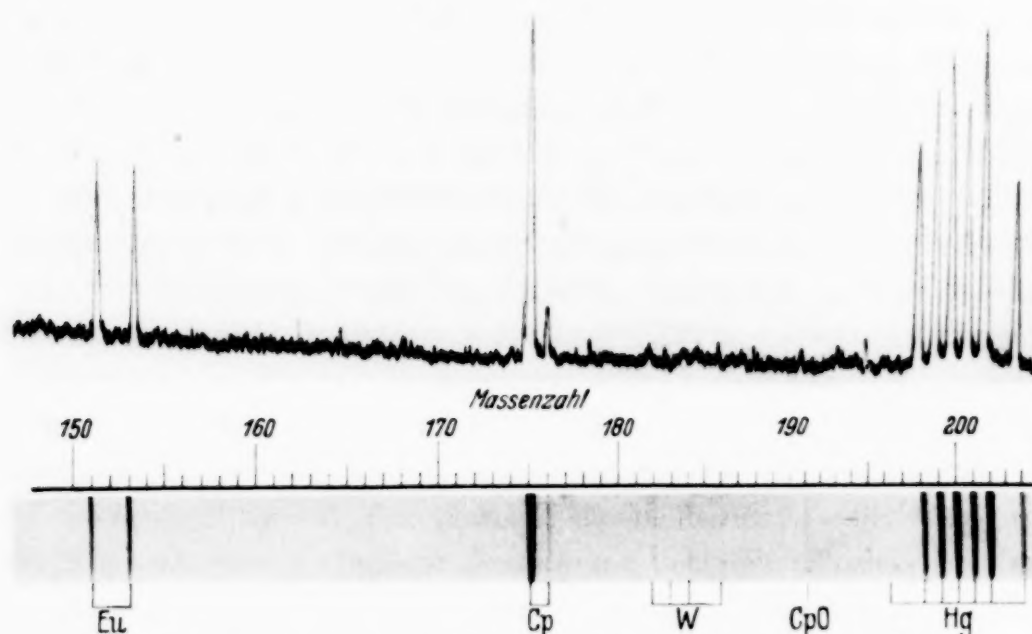


Fig. 1. Massenspektrogramm mit Photometerkurve von Cassiopeium.
Kathodenfüllung: Cassiopeiumoxyd und Europiumoxalat; Füllgas: Luft aus einer Vorratsflasche mit Hg-Manometer; Entladungsröhre aus Pyrexglas mit Anodenstift aus Wolfram; Spannung an der Röhre: 20000 Volt; Entladungsstromstärke: 7 mA; Belichtungszeit: 30 min.

vorkommen sollte, die etwa der von uns erhaltenen entspricht. Wir sehen uns daher gezwungen, die Linie 176 einem neuen Isotop des Cp zuzuschreiben, trotz der bei einem ungeraden Element ungewöhnlichen geraden Massenzahl.

Die für die photometrische Bestimmung der relativen Häufigkeit des neuen Isotops hergestellten Platten, die Vergleichsaufnahmen für ^{175}Cp enthielten, lieferten insgesamt 11 brauchbare Aufnahmen. Wir benutzten hierfür das Zeiss'sche Mikrophotometer der Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien¹⁾. Verglichen wurde die Höhe des Maximums von ^{176}Cp der lang exponierten Hauptaufnahme mit der Höhe von ^{175}Cp auf derjenigen kurz belichteten Vergleichsaufnahme, die ihr an Intensität am

¹⁾ Für die Erlaubnis, dieses Instrument zu benutzen, danken wir auch hier wieder Herrn Dr. A. Stiegler.

nächsten stand. Für jede Platte wurde ferner mit Hilfe der gleichzeitig auftretenden Hg-Isotopen festgestellt, daß der maximale Elektrometerausschlag in dem benutzten engen Bereich mit genügender Genauigkeit proportional dem Produkt von Intensität und Zeit war. Die 11 Messungen ergaben im Mittel eine relative Häufigkeit von $^{175}\text{Cp} : ^{176}\text{Cp} = 100 : 2,58 \pm 0,07$ und damit eine mittlere Massenzahl von $175,025 \pm 0,001$. Wie früher erwähnt, enthalten einige der Platten neben der Hauptaufnahme noch mehrere Vergleichsaufnahmen (insgesamt 7). Diese ergaben im Mittel das Verhältnis $100 : 2,52$, das innerhalb der Fehlergrenzen mit dem obigen Wert übereinstimmt. Da aber die Höhe des Maximums für ^{176}Cp schon einmal verwendet wurde, wurden die beiden Werte nicht zu einem Gesamtmittel vereinigt. In Prozenten ausgedrückt setzt sich Cp demnach aus $97,4_5\%$ ^{175}Cp und $2,5_5\%$ ^{176}Cp zusammen. Nach Umrechnung auf die chemische Skala mit dem jetzt geltenden Faktor $0,999725$ muß für die Berechnung des Atomgewichtes noch der Packungsanteil berücksichtigt werden, der in 10^{-4} Isotopengewichtseinheiten angegeben wird. Die Schätzung desselben aus der Aston'schen Kurve ergibt für die schweren Elemente der seltenen Erden¹⁾ den Wert -3 . Nehmen wir dafür einen Fehler von $\pm 1,5$ an, so ergibt sich als Atomgewicht $174,93 \pm 0,03$. Kürzlich hat jedoch Dempster (l. c.), wie erwähnt, die Packungsanteilkurve für die schweren Elemente neu bestimmt. Er schätzt aus seiner Kurve den Packungsanteil von Cp zu $+1$. Als Fehler desselben wollen wir $\pm 0,5$ annehmen etwas größer als der größte Fehler ($\pm 0,4$), den Dempster für gemessene Packungsanteile angibt. Wir erhalten damit für das chemische Atomgewicht von Cp den Wert $174,99_5 \pm 0,01$, in schöner Übereinstimmung mit dem von Hönigschmid auf chemischem Wege bestimmten Wert²⁾ $174,99$. Man kann darin eine Bestätigung der Dempsterschen Packungsanteilkurve erblicken. Dempster führt zur Bestätigung seiner Kurve auch an, daß aus den im Vorjahr von dem einen von uns zusammen mit Hauk³⁾ gemessenen Isotopenhäufigkeiten des Nd mit dem neuen Packungsanteil ($-2,5$ statt -5) sich der mit dem Hönigschmid'schen Atomgewicht $144,27$ gut stimmende Wert $144,26$ ergäbe. Das beruht leider auf einem Irrtum. Wir hatten als mittlere Massenzahl $144,404 \pm 0,018$ und damit mit dem alten Packungsanteil ein Atomgewicht von $144,29 \pm 0,03$ für Nd gefunden. Mit dem Dempsterschen Wert

¹⁾ F. W. Aston, l. c. — ²⁾ Diesen endgültigen Wert der chemischen Atomgewichtsbestimmung verdanken wir einer frdl. brieflichen Mitteilung von Prof. O. Hönigschmid. — ³⁾ J. Mattauich u. V. Hauk, Naturwiss. 25, 780, 1937.

des Packungsanteiles erhalten wir nun 144,33. Man muß aber bedenken, daß beim Nd 6 verschiedene Isotopenverhältnisse auftreten, von denen jedes mit einem Fehler behaftet ist, und daß uns damals nur ein einfaches, nichtregistrierendes Photometer zur Verfügung stand, mit dem das Arbeiten recht mühsam war.

Eine Abschätzung der oberen Grenze für die Häufigkeit anderer Isotopen läßt sich sowohl mit Hilfe des Verhältnisses des seltenen Isotops ^{196}Hg , das auf mehreren Aufnahmen gut sichtbar ist, zu ^{200}Hg oder ^{202}Hg als auch aus der Höhe des Maximums von ^{176}Cp durchführen. Beide Methoden ergeben übereinstimmend, daß die Häufigkeit jeder anderen in Betracht kommenden Massenzahl sicher kleiner ist als 0,4%, mit Ausnahme von Massenzahl 174. Hier trat auf den besten Aufnahmen eine ganz schwache Linie auf, die als das Hauptisotop von Yb (mit 38% Häufigkeit) zu deuten ist. Da das Präparat, wie eingangs erwähnt, 1,18% Yb enthalten soll, muß darin ^{174}Yb mit 0,45% vorkommen. Daß diese Linie gerade noch aufgefunden werden konnte, spricht wieder für die Richtigkeit der angegebenen oberen Grenze. Trotz des sehr ähnlichen chemischen Verhaltens der seltenen Erden ist aber dieser Schluß allein nicht bindend. Das zeigt eine eigentümliche Beobachtung, die wir mit dem Eu machten. Wie Mc Coy¹⁾ angibt, sollte nach spektroskopischem Befund von King das von Mc Coy gereinigte Eu-Präparat Nd zu nicht mehr als 1 Teil in 100000, kein Sm und Gd und nur Ba und Ca in merkbarer Menge enthalten. Unser erstes Massenspektrogramm mit diesem Präparat zeigte neben Ba auch Pr und die Isotopen des Nd deutlich, so daß man hätte schließen müssen, die Nd-Verunreinigung sei mehr als 1000mal so groß als von King gefunden worden war. Bereits auf den nächsten Aufnahmen wurden die Pr- und Nd-Linien bedeutend schwächer und traten später fast ganz zurück. Wahrscheinlich waren die entsprechenden Verbindungen leichter flüchtig als das Europiumoxalat.

Das Isotop ^{176}Cp ist besonders deshalb bemerkenswert, weil es als Isotop eines ungeraden Elementes gerade Massenzahl besitzt. Sein Kern besteht demnach aus einer ungeraden Anzahl (71) Protonen und einer ungeraden Anzahl (105) Neutronen. Bekanntlich gibt es für diesen Typ nur vier Beispiele stabiler Kerne am Anfang des periodischen Systems, nämlich ^2_1D , ^6_3Li , $^{10}_5\text{B}$ und $^{14}_7\text{N}$, die wahrscheinlich alle den Kernspin 1 besitzen. Weiterhin ist dieses dritte der drei Blätter, in die die Energiefläche (Kernbindungsenergie als Funktion der Protonen- und Neutronenzahl)

¹⁾ H. N. Mc Coy, Journ. Amer. Chem. Soc. **59**, 1131, 1937.

aufspaltet, nur mehr von instabilen Kernen besetzt. Massenspektrographisch ist nur noch das β -aktive ^{40}K bekannt, dessen Häufigkeit bloß 0,01 % des gesamten Kaliums beträgt. Jetzt tritt als weiteres Beispiel noch ^{176}Cp hinzu, dessen Häufigkeit doch so groß ist, daß sogar seine Hfs.-Aufspaltung beobachtet werden konnte. Nach der Isobarenregel müßte auch dieses Isotop β -instabil sein, weil es (ähnlich übrigens wie ^{40}K) sogar zwei stabile benachbarte Isobare hat, nämlich ^{176}Yb (mit 12 %) und ^{176}Hf (mit 5 % Häufigkeit). Die eingangs erwähnte, von Heyden und Wefelmeier (l. c.) aufgefundene natürliche β -Aktivität des Cp ist also wahrscheinlich diesem Isotop zuzuschreiben. Es wäre interessant festzustellen, ob es sich dabei um positive oder negative Elektronen oder um einen dualen Zerfall handelt. Wegen der größeren Häufigkeit des Isotops 176 im Yb, wäre es nicht ausgeschlossen, daß ^{176}Cp das erste Beispiel eines natürlichen Positronenstrahlers darstellt.

Wien, Vereinigtes I. u. II. Physikalisches Institut der Universität.

Anhang zur vorstehenden Mitteilung.

Von **H. Schüler** und **H. Gollnow**, Max-Planck-Institut, Berlin-Dahlem.

(Eingegangen am 13. Dezember 1938.)

Durch die Freundlichkeit von Herrn Mattauch ist uns die Möglichkeit gegeben, vom Standpunkt unserer Hyperfeinstrukturuntersuchungen einige Bemerkungen über das schwache Cassiopeiumisotop zu machen. In der vorstehenden Mitteilung von Mattauch und Lichtblau wird gezeigt, daß das von einem von uns [Gollnow¹⁾] entdeckte zweite Isotop des Cassiopeiums nicht wie anfangs nach den allgemeinen Erfahrungen erwartet eine *ungerade* Massenzahl, sondern eine *gerade* Massenzahl, und zwar 176 besitzt.

Was die Häufigkeit dieses Isotops betrifft, so ist die jetzige Angabe von 2,55 % und die früher aus der Hyperfeinstruktur gefundene Häufigkeit $1,5\% \pm 0,5\%$ kein Widerspruch, da dem letzteren Wert noch die An-

¹⁾ H. Gollnow, ZS. f. Phys. **103**, 443, 1936.

nahme des mechanischen Momentes $i = 7/2$ für das schwache Isotop zugrunde liegt. Damals konnte das mechanische Moment nicht genauer festgelegt werden, weil nur eine beschränkte Menge eines Cp-Präparates zur Verfügung stand und das Hauptaugenmerk auf die Bestimmung des Quadrupolmomentes von ^{175}Cp gerichtet war. Nur soviel zeigten die Aufnahmen eindeutig, daß das schwache Isotop ein großes mechanisches Moment besitzen muß. Das Moment von ^{176}Cp muß nach allem, was uns bisher bekannt ist, geradzahlig sein. Da wir jetzt von der Auer-Gesellschaft ein Cp-Präparat in ausreichender Menge zur Verfügung haben, wird es uns möglich sein, bald genauere Angaben über das mechanische Moment zu machen.

Interessant ist nun erstens die Tatsache, daß ein Kern mit ungeradem Proton und ungeradem Neutron ein *großes* mechanisches Moment besitzt, während die am Anfang des periodischen Systems bekannten stabilen Elemente mit ungeradem Proton und ungeradem Neutron im Kern das kleine mechanische Moment $i = 1$ haben; und zweitens, daß das magnetische Moment von ^{176}Cp einen Wert > 3 Kernmagnetonen besitzt, was man schon jetzt annehmen darf, da sich die Gesamtaufspaltungen von $^{176}\text{Cp} : ^{175}\text{Cp}$ wie $1,3 : 1$ verhalten und ^{175}Cp das magnetische Moment $\mu = 2,6$ hat. Bekanntlich haben die anderen Atomkerne mit ungeradem Proton und ungeradem Neutron wesentlich kleinere magnetische Momente ($\mu \leq 0,8$).

In diesem Zusammenhang sei noch daran erinnert, daß ^{175}Cp das größte bisher gefundene Quadrupolmoment ($q = + 5,9 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, verlängerter Kern) besitzt. Vielleicht ist diese Tatsache mit ein Grund dafür, daß das mechanische Moment von ^{176}Cp einen hohen Wert haben kann.

Durch ^{176}Cp haben wir eine Bereicherung unserer Kenntnisse über das Zwei-Teilchen-Modell.

(Mitteilung aus dem Institut für Allgemeine Elektrotechnik der Technischen Hochschule Dresden.)

Temperaturmessungen in einer Glimmentladung.

Von Gerhart Rudolph.

Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 9. Dezember 1938.)

Mit Hilfe eines quer durch eine Glimmentladung gespannten Pt-Bolometerdrahtes wird die Gastemperatur in Abhängigkeit vom Ort, der Stromdichte, dem Gasdruck und der Gasart gemessen. Die auftretenden Fehler werden abgeschätzt und eine Beziehung aufgestellt, mit der man aus der Temperaturverteilung über die Entladungslänge auf die Wärmeleistung schließen kann, die dem Gas durch die Entladung pro cm^3 zugeführt wird.

1. Meßverfahren.

a) Meßprinzip. Versucht man in einer Glimmentladung die Temperatur mit einer Sonde (Thermoelement oder Bolometer) zu messen, so muß man berücksichtigen, daß die Sonde von sich aus im allgemeinen nicht die Temperatur des sie umgebenden Gases annimmt, da sie ja nicht nur mit dem Gas durch Wärmeleitung, sondern auch mit dem Entladungsgefäß durch Strahlung im Wärmeaustausch steht. In der vorliegenden Arbeit wurde deshalb der zur Temperaturmessung dienende Bolometerdraht auf Anregung von Herrn Prof. Güntherschulze¹⁾²⁾ zusätzlich elektrisch erhitzt und eine Methode entwickelt, mit der in sehr empfindlicher Weise der Punkt bestimmt werden kann, bei der der Bolometerdraht gerade die Temperatur des ihn umgebenden Gases hat.

Ist nämlich der Draht wärmer als das Gas, so gibt er nicht nur durch Strahlung Wärme an die Gefäßwand ab, sondern auch durch Leitung an das Gas. Er wird deshalb kälter als ein gleicher und gleich geheizter Draht sein, der sich im Vakuum befindet und die Wärme nur durch Strahlung abgeben kann. Das Umgekehrte gilt, wenn der Draht kälter als das Gas ist. Nur wenn der Draht dieselbe Temperatur wie das Gas hat, ist er genau

¹⁾ A. Güntherschulze u. W. Bär, ZS. f. Phys. **107**, 642, 1937. —

²⁾ Lilienfeld, Ber. d. D. Phys. Ges. 1906, S. 182.

so warm wie ein gleicher Draht im Vakuum, da jetzt in beiden Fällen Wärme nur durch Strahlung abgegeben werden kann.

b) *Schaltung.* Um den Punkt, bei dem dieser Zustand erreicht ist, möglichst scharf zu bestimmen, wurde in einer Brückenschaltung (Fig. 1) der Draht in der Gasentladung G in Reihe mit einem möglichst genau gleichen Vergleichsdraht V , der sich im Hochvakuum befand, gelegt. Der durch beide Drähte fließende gleiche Strom wurde dann so lange verändert, bis sie denselben Widerstand und damit dieselbe Temperatur hatten. Widerstand bzw. Temperatur der beiden Drähte wurden mit der Brücke B bestimmt, während mit der Brücke A kleine Unterschiede zwischen den beiden Drähten vor der Messung kompensiert werden konnten.

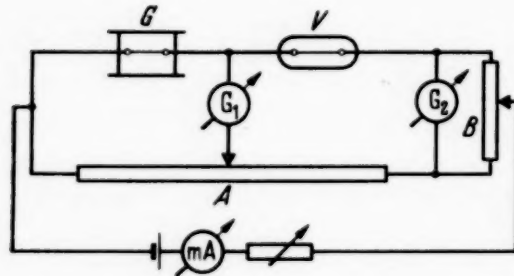


Fig. 1.

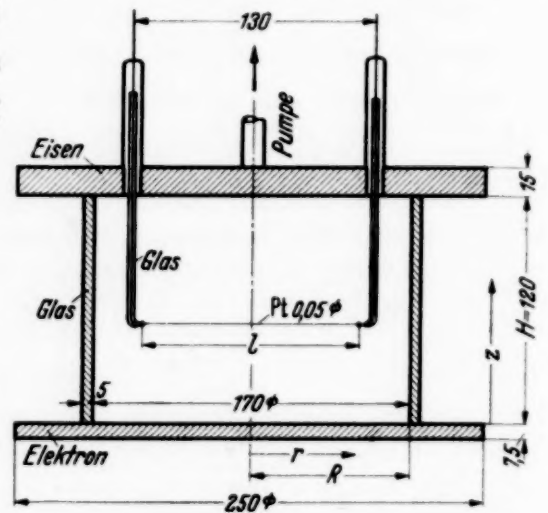


Fig. 2.

c) *Apparatur.* Die Messungen wurden in dem in Fig. 2 gezeichneten Gefäß ausgeführt. An einem Glasring wurden unten eine Kathode aus Elektrometall und oben eine Eisenanode angekittet, die die Stützen für die Pumpe und für die Führungen der Schubstangen für den Bolometerdraht trug. Der Draht konnte mit Hilfe von Drehschleifen durch das ganze Entladungsgefäß geführt werden. Für die spätere Auswertung der Temperaturkurven war es wichtig, daß das ganze Gefäß die gleiche Temperatur besaß, was durch Wasserkühlung der Elektroden und Luftkühlung der Glaswand hinreichend gewährleistet war.

d) *Fehlerquellen.* Die oben gemachten Überlegungen über das Meßprinzip gelten streng nur unter den folgenden Voraussetzungen: Erstens muß die Temperaturverteilung über den Draht im Gas dieselbe sein wie die über den Draht im Vakuum und zweitens darf dem Draht im Gas im Falle der Temperaturgleichheit keine andere Energiequelle zur Erwärmung dienen als dem Draht im Vakuum, d. h. allein der durch beide Drähte fließende gleiche Brückenstrom.

e) *Der Einfluß der verschiedenartigen Temperaturverteilungen.* In dem Falle, daß der Gesamtwiderstand und damit auch das Temperaturintegral über den Draht im Gas gleich dem über den Draht im Vakuum ist:

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} t_2 dr = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} t_1 dr, \quad (1)$$

werden die verschiedenen Temperaturverteilungen längs der beiden Drähte bzw. über den Gefäßquerschnitt etwa den in Fig. 3 gezeichneten Verlauf

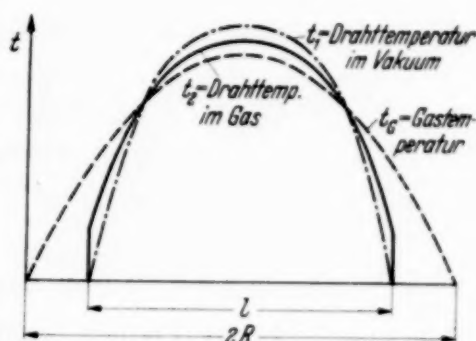


Fig. 3.

haben. Das Gas erhöht die Drahttemperatur an den Stellen, an denen es wärmer ist als der Draht im Vakuum und erniedrigt sie an den anderen. Da bei sämtlichen in der vorliegenden Arbeit ausgeführten Messungen die auftretenden Übertemperaturen sehr gering sind, kann man annehmen, daß diese Temperaturerhöhungen proportional dem Unterschied zwischen Gastemperatur und Drahttemperatur im Vakuum sind.

$$t_2 - t_1 = \text{const} \cdot (t_G - t_1) \quad \text{bzw.} \quad \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} (t_2 - t_1) dr = \text{const} \cdot \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} (t_G - t_1) dr. \quad (2)$$

Unter dieser Annahme wird dann nach (1)

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} t_G dr = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} t_2 dr, \quad (3)$$

d. h. die Durchschnittstemperatur $\bar{t} = \frac{1}{l} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} t dr$ über das Gas ist gleich

der Durchschnittstemperatur über den Draht, obgleich die Verteilungen voneinander abweichen.

f) *Zusätzliche Energiequellen aus der Gasentladung.* Während der Draht im Vakuum nur durch den Brückenstrom erwärmt wird, wird der Draht im Gas noch durch folgende Energiequellen, die in der Gasentladung liegen, zusätzlich erhitzt:

- a) auf den Draht aufprallende Ionen und Elektronen,
- b) auf den Draht aufprallende metastabile Atome,
- c) Neutralisationswärme bei Vereinigung von Elektronen und Ionen,
- d) Assoziationswärme bei Vereinigung dissoziierter Moleküle.

Die Größe der dem Draht hierdurch mitgeteilten Leistung ist proportional seiner Oberfläche, während sich die Wärmeleistung, die der Draht durch Wärmeleitung abgibt, mit dem Logarithmus der Drahtdicke und damit bei konstanter Drahtlänge auch mit dem Logarithmus der Oberfläche ändert. Aus diesem Grunde nimmt der Einfluß der eben angeführten Energiequellen mit kleiner werdender Drahtdicke ab und verschwindet im Grenzfall ganz¹⁾.

Um einen Anhalt für die Größe dieser Einflüsse bei endlicher Drahtdicke zu erhalten, wurde der Bolometerdraht in der Gasentladung an verschiedenes Potential gelegt und damit die Anzahl und Geschwindigkeit der auf ihm auftreffenden Elektronen und Ionen verändert. Der Brückenstrom wurde dann nach der eingangs beschriebenen Methode einreguliert und die Temperatur des Bolometerdrahtes gemessen.

g) *Beschreibung der Glimmentladung.* Die Messungen wurden in Luft und Wasserstoff im anomalen Gebiet ausgeführt. Die Drucke wurden so niedrig gewählt, daß bei den auftretenden geringen Temperaturen der Wärmeaustausch durch Konvektion gegenüber dem durch Wärmeleitung vernachlässigt werden konnte. Der Kathodendunkelraum hatte dabei eine Dicke von 1,5 bis 3,5 cm. Das negative Glimmlicht bzw. der Faraday'sche Dunkelraum reichten in allen Fällen bis zur Anode, da sich infolge der Breite des Gefäßes keine positive Säule ausbilden konnte.

II. Messungen.

Von den Messungen seien die beiden in Fig. 4 und 5 aufgetragenen herausgegriffen, in denen die Abhängigkeit der Temperatur t vom Sondenstrom I_s , der infolge der verschiedenen Sondenpotentiale auftrat, aufgetragen ist. Dabei ist z der Abstand der Prüfebene von der Kathode. Die linken Endpunkte der Kurven zeigen den Sondenstrom I_{sa} , wenn der Draht Anodenpotential hat. Dieser Strom ist reiner Elektronenstrom (bzw. Elektronen- + Anionenstrom), da bei diesem Potential der Kationenzufluß auf den Draht gesperrt ist.

¹⁾ E. Warburg, Ann. d. Phys. **54**, 265, 1895.

Hat der Draht ein niedrigeres Potential, so ist der Elektronenstrom kleiner. Fließt kein Sondenstrom (Spannung zwischen Draht und Anode U_0), so ist der Elektronenstrom gleich dem Kationenstrom. Infolgedessen ist dann auch dieser kleiner als I_{sa} und somit die gesamte Leistung, die der Draht dort von den Kationen erhält, kleiner als $U_0 \cdot I_{sa}$. Diese Leistungen sind aber in sämtlichen Fällen, auch im Dunkelraum, so klein, daß die da-

durch hervorgerufene Temperaturerhöhung vernachlässigt werden kann.

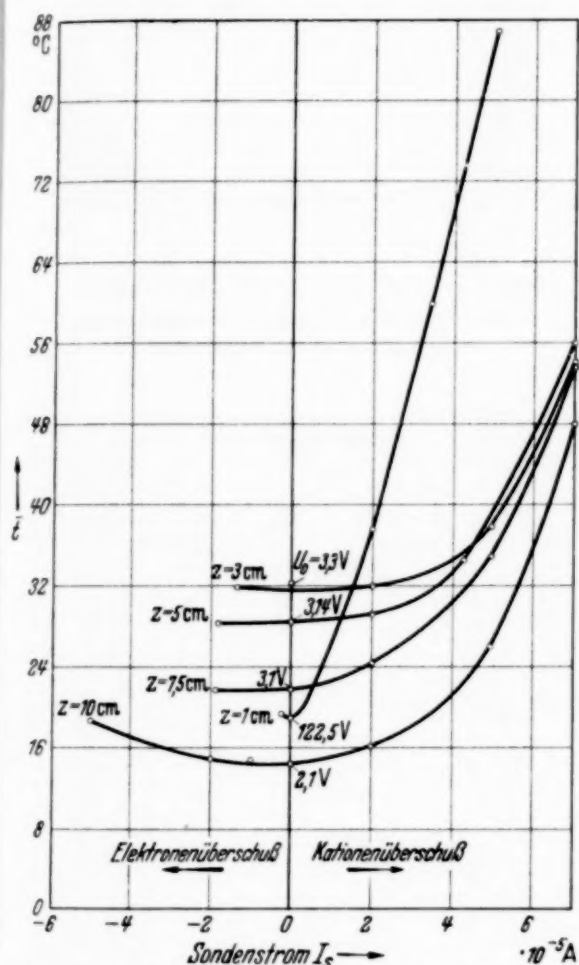


Fig. 4. Gasart: Luft; Gasdruck: 0,070 Torr;
Spannung: 670 Volt;
Stromdichte: 0,066 mA/cm².

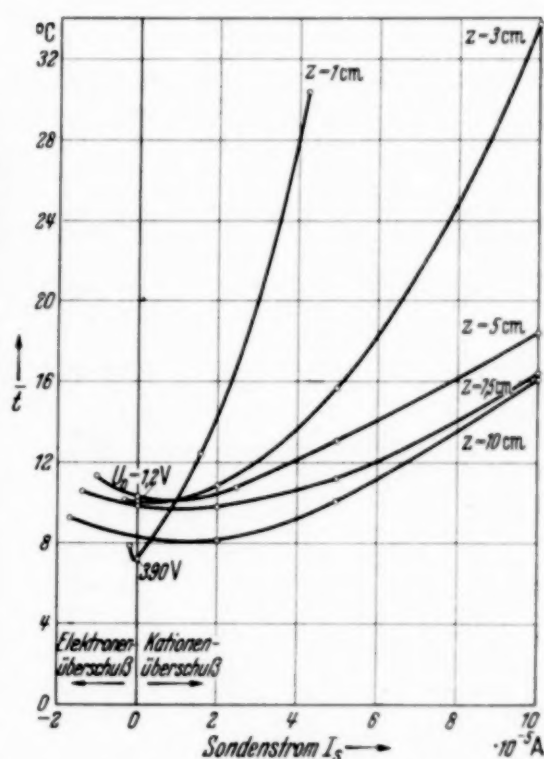


Fig. 5. Gasart: Wasserstoff;
Gasdruck: 0,127 Torr; Spannung: 775 Volt;
Stromdichte: 0,066 mA/cm².

Über die Temperaturerhöhung, die der Draht durch die aufprallenden Elektronen erfährt, kann man einen Anhalt gewinnen, wenn man die Temperaturveränderung untersucht, die bei sich änderndem Elektronenstrom auftritt. Wenn der Draht das Potential des ihm umgebenden Gases hat, so ist der auf ihn fließende *Elektronenstrom* sicher kleiner als der auf den Draht fließende Gesamtstrom, der sich aus der Stromdichte von 0,066 mA/cm² bei einem Drahtdurchmesser von 0,005 cm und einer Drahtlänge von 12,6 cm zu $0.42 \cdot 10^{-5}$ A ergibt. Erhöht man den Elektronenstrom auf das Doppelte

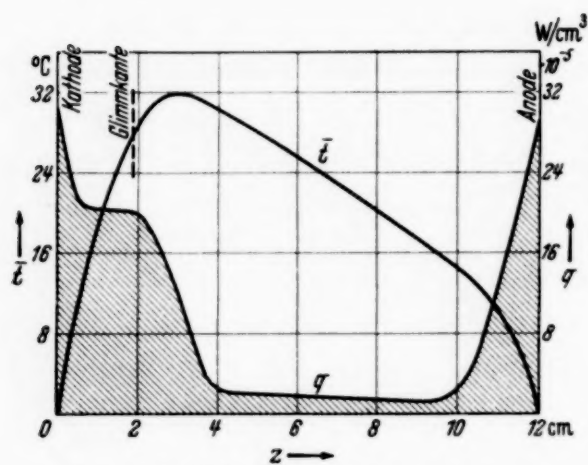


Fig. 6. Verteilung der Minimaltemperaturen \bar{t} von Fig. 4 und Wärmeleistungsdichte q in Luft.

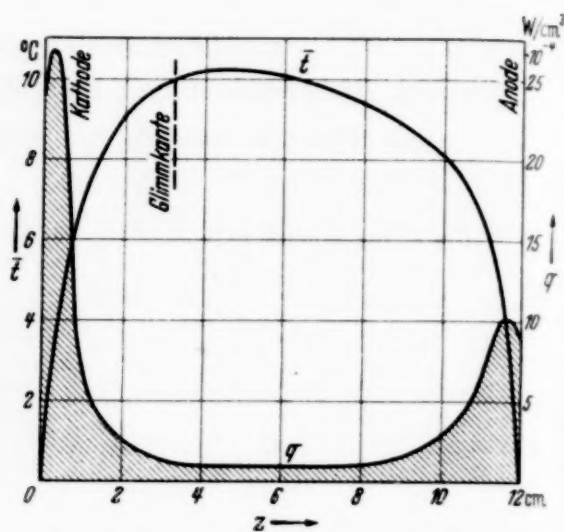


Fig. 7. Verteilung der Minimaltemperaturen \bar{t} von Fig. 5 und Wärmeleistungsdichte q in Wasserstoff.

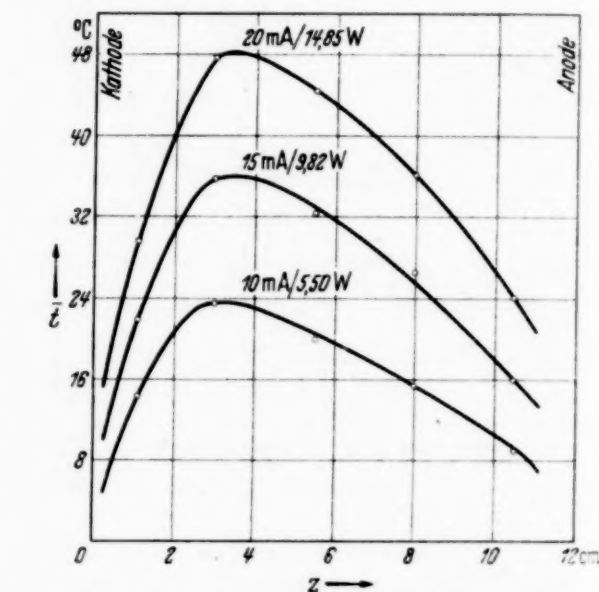
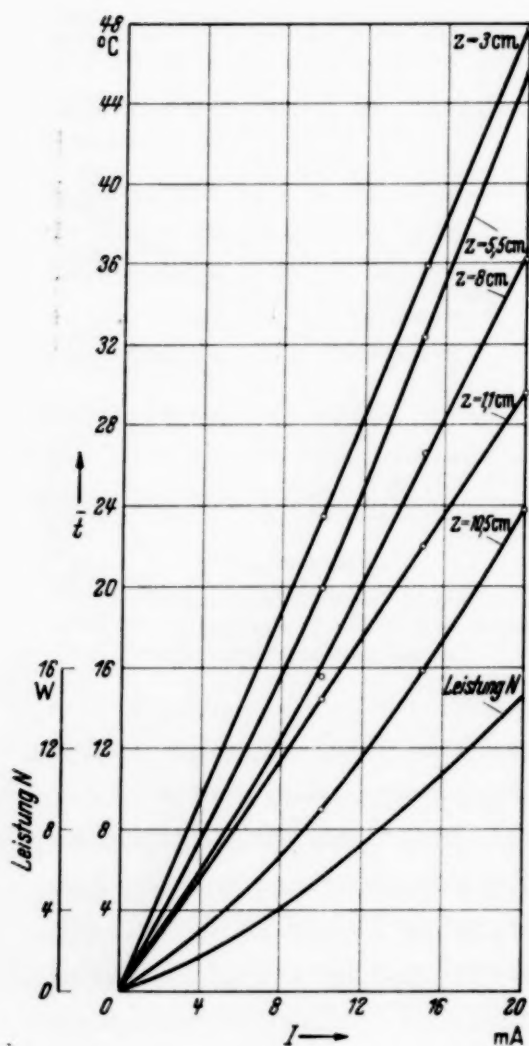


Fig. 9. Temperaturverteilung bei verschiedenen Stromstärken (bzw. Leistungen) für Luft nach Fig. 8.

Fig. 8. Gastemperatur in Abhängigkeit von der Stromstärke an verschiedenen Stellen in Luft. Gasdruck: 0,11 Torr.

dieses Wertes, so ist — wenigstens außerhalb des Dunkelraumes — eine Temperaturerhöhung kaum feststellbar, selbst bei weiterer Erhöhung bis zum Grenzwert bei Anodenpotential sind die Temperaturerhöhungen so gering, daß man sagen darf, daß auch die auf den Draht aufprallenden Elektronen bzw. Anionen außerhalb des Dunkelraumes keinen wesentlichen Beitrag zu seiner Erwärmung liefern. Man wird deshalb sicher keinen großen Fehler begehen, wenn man als Gastemperatur die Minimaltemperatur der Kurven

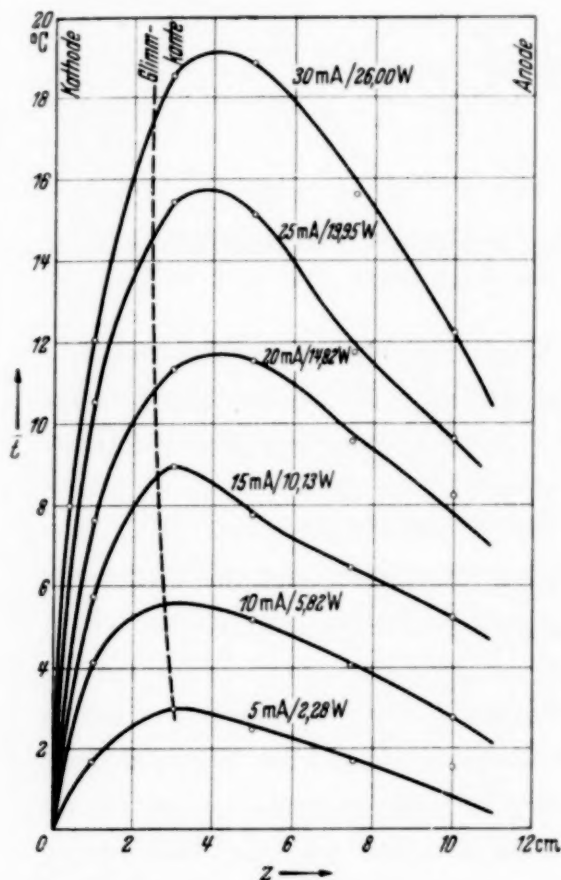


Fig. 10. Temperaturverteilung bei verschiedenen Stromstärken (bzw. Leistungen) für Wasserstoff. Gasdruck: 0,16 Torr.

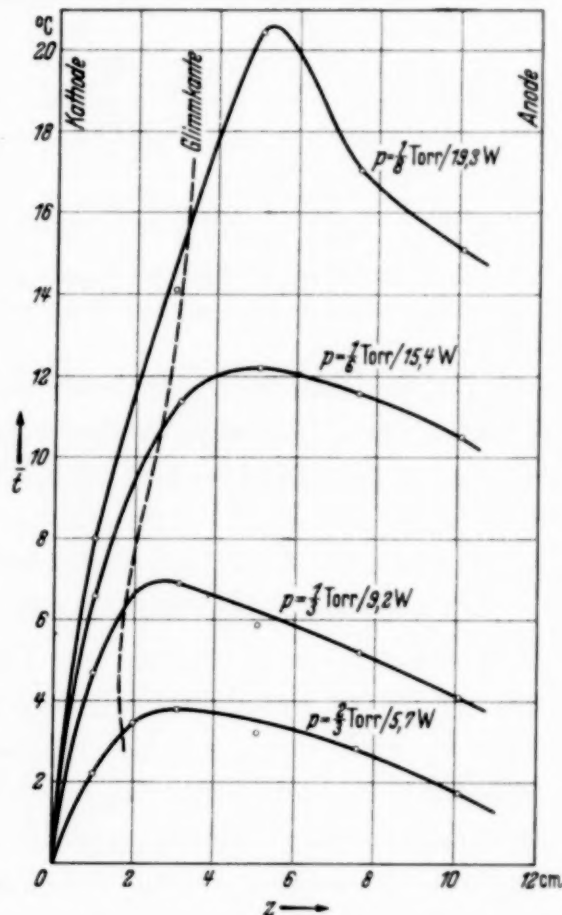


Fig. 11. Temperaturverteilung bei verschiedenen Drucken (bzw. Leistungen) für Wasserstoff. Stromdichte 0,088 mA/cm².

Fig. 4 und 5 ansieht. Die so gewonnene Temperaturverteilung über die gesamte Entladungslänge zeigen Fig. 6 und 7. Da sich die Temperaturwerte im Dunkelraum glatt an die Werte außerhalb anschließen, sind auch dort wahrscheinlich die Meßfehler nicht allzu groß.

Wichtig ist noch zu bemerken, daß sämtliche auftretenden Fehlerquellen in der gleichen Richtung wirken, nämlich so, daß die gemessene Temperatur höchstens größer, nie aber kleiner als die wirkliche Gastemperatur sein kann.

Zum Vergleich seien noch einige Temperaturverteilungen bei verschiedenen Drucken und verschiedenen Stromdichten angegeben (Fig. 8 bis 11). Der Charakter der Kurven bleibt in allen Fällen der gleiche: Steiler Anstieg der Temperatur etwa bis zur Glimmkante, flacher Abfall zur Anode. Er ändert sich auch nicht mit der Gasart, wenn man die Dunkelraumdicke konstant läßt, wie die folgende Tabelle, bei der die Temperaturen in Luft und Wasserstoff verglichen werden, zeigt:

z	t_{Luft}	t_{H_2}	$\frac{t_{\text{Luft}}}{t_{\text{H}_2}}$
1 cm	25,4 °C	5,3 °C	4,8
2	33,2	7,1	4,7
3,5	40,4	8,3	4,9
6,5	33,4	7,0	4,8

Gesamtleistung in Luft 9,9 Watt, in H_2 11,15 Watt. Dunkelraumdicke 2 cm. Gasdruck der Luft 0,0625 Torr, des H_2 0,256 Torr.

Aus Fig. 8 ist zu ersehen, daß die Temperaturen mit der Stromdichte etwas stärker als proportional ansteigen, jedoch, abgesehen von Gebieten in Anodennähe, nicht so stark wie die Gesamtleistung der Gasentladung.

III. Auswertung der Temperaturkurven.

Mit der Bestimmung der Temperaturkurven ist nun noch nicht allzuviel gewonnen, da sie ja erstens nur Durchschnittstemperaturen über einen Teil des Gefäßquerschnitts angeben und da zweitens die Temperatur im Gasraum nicht nur von den Eigenschaften der Gasentladung, sondern auch von Form und Temperatur des Gefäßes abhängt. Mit den Eigenschaften der Gasentladung kann man aber die Temperaturverteilung erst dann vergleichen, wenn man die Einflüsse des Gefäßes auf die Temperatur eliminiert hat. Diese Aufgabe ist gelöst, wenn es gelingt, aus der Verteilung der Durchschnittstemperaturen und den Gefäßdimensionen auf die Wärmemenge zu schließen, die dem Gas pro cm^3 und Zeiteinheit durch die Entladung zugeführt werden mußte, damit die Temperaturverteilung entstehen konnte. Das ist nun tatsächlich in einer für die Auswertung brauchbaren Form möglich.

1. *Grundgleichung* (Bezeichnungen siehe Fig. 2). Im Gleichgewichtszustand gehorcht die Übertemperatur t gegen die Zylinderwände im Gasentladungsgefäß der Differentialgleichung

$$\Delta t + \frac{q}{\lambda} = 0, \quad (4)$$

wenn q die dem Gas durch die Entladung zugeführte Wärmeleistungsdichte und λ die Wärmeleitfähigkeit des Gases ist. Wegen der axialen Symmetrie im Gasentladungszylinder reduziert sich Δt bei Verwendung von Zylinderkoordinaten auf

$$\Delta t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = - \frac{q}{\lambda}. \quad (5)$$

Hierzu tritt noch als Randbedingung, daß die Übertemperatur aller Zylinderwände Null ist:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } r = R: \quad t = 0, \\ \text{b) } z = 0: \quad t = 0, \\ \text{c) } z = H: \quad t = 0. \end{array} \right\} \quad (6)$$

Außerdem kann man bei der vorliegenden Versuchsanordnung annehmen, daß die zugeführte Wärmeleistungsdichte q innerhalb eines jeden Zylinderquerschnitts konstant ist, also allein von z abhängt.

2. Lösungsansatz und Lösung. Da nun nicht die Gastemperatur an jeder Stelle des Zylinders bekannt ist, sondern in jedem Querschnitt nur die Durchschnittstemperatur von der Achse bis zu den Enden des Bolometerdrahtes, ist es nötig, die Differentialgleichung (5) zu lösen. Hierzu gibt man sich zweckmäßig die Wärmeleistungsdichte als Fourier-Reihe und setzt die Temperaturverteilung ebenfalls als Reihe an:

$$q(z) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k \sin \frac{\pi}{H} k z, \quad (7)$$

$$t = \sum_{\substack{l=0 \\ k=1}}^{\infty} a_{lk} r^l \sin \frac{\pi}{H} k z, \quad (8)$$

weil dann die Randbedingungen (6b) und (6c) automatisch erfüllt werden. Setzt man die Temperatur (8) in den Ausdruck (5) ein und berücksichtigt noch die letzte Randbedingung (6a), so kann man durch Koeffizienten-

vergleich die a_{lk} finden. Führt man dabei noch für $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{x^{2n}}{n!^2}\right)$ die Besselsche Funktion $J_0(2ix)$ ein, so erhält man die Temperatur an jeder Stelle des Zylinders aus der Wärmeleistungsdichte zu

$$t = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} q_k \frac{H^2}{\pi^2 k^2} \left(1 - \frac{J_0\left(\frac{\pi k r}{H}\right)}{J_0\left(\frac{\pi k R}{H}\right)}\right) \sin \frac{\pi}{H} k z. \quad (9)$$

Die Durchschnittstemperatur über die gesamte Drahtlänge findet man hieraus zu

$$\bar{t} = \frac{2}{l} \int_0^{l/2} t \, dr = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{q_k}{\lambda} \left(1 - \frac{\frac{2}{l} \int_0^{l/2} J_0\left(\frac{\pi k r}{H} i\right) dr}{J_0\left(\frac{\pi k R}{H} i\right)} \right) \frac{H^2}{\pi^2 k^2} \cdot \sin \frac{\pi}{H} k z$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \frac{\pi}{H} k z. \quad (10)$$

Da die b_k aus den gemessenen Temperaturverteilungen durch Fourier-Analyse ermittelt werden können, lassen sich nun auch die Fourier-Koeffizienten der gesuchten Wärmeleitungssdichte durch bekannte Größen ausdrücken:

$$q_k = \lambda b_k \cdot \frac{\pi^2 k^2}{H^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\frac{2}{l} \int_0^{l/2} J_0\left(\frac{\pi k r}{H} i\right) dr}{J_0\left(\frac{\pi k R}{H} i\right)}}. \quad (11)$$

3. *Umformung der Lösung.* Die mit den Koeffizienten (11) gebildete Fourier-Reihe konvergiert im allgemeinen schlecht. Man kann jedoch ausgezeichnet konvergierende Reihen erhalten, wenn man aus (10) die zweite Ableitung der Durchschnittstemperatur nach z berechnet und sie in (11) einführt. Man erhält dann nach einigen elementaren Umrechnungen den Ausdruck

$$q = \lambda \left(-\frac{d^2 \bar{t}}{dz^2} + \frac{12 \bar{t}}{3 - \left(\frac{l}{2R}\right)^2} \right) + \frac{12 \lambda}{3 - \left(\frac{l}{2R}\right)^2} \sum b_k \varphi\left(\frac{\pi R k}{H}, \frac{l}{2R}\right) \sin \frac{\pi}{H} k z. \quad (12)$$

Hierin tritt die Fourier-Reihe nur noch als Korrekturglied auf. Die für die Größe dieses Gliedes maßgebende Korrekturfunktion

$$\varphi(x, \alpha) = \frac{x^2}{\frac{12}{3 - \alpha^2} \left(\frac{J_0(ix)}{\frac{1}{\alpha x} \int_0^{\alpha x} J_0(iv) dv} - 1 \right)} - 1; \quad x = \frac{\pi R k}{H}, \quad \alpha = \frac{l}{2R} \quad (13)$$

ist in Fig. 12 für verschiedene α , d. h. für verschiedene Bolometerdrahtlängen aufgetragen. Man erkennt hieraus, daß bei kleinem R/H , d. h. bei sehr dünnen bzw. sehr langen Zylindern die Korrekturreihe ohne Bedeutung ist. Außerdem verschwindet sie jedoch auch praktisch für dicke

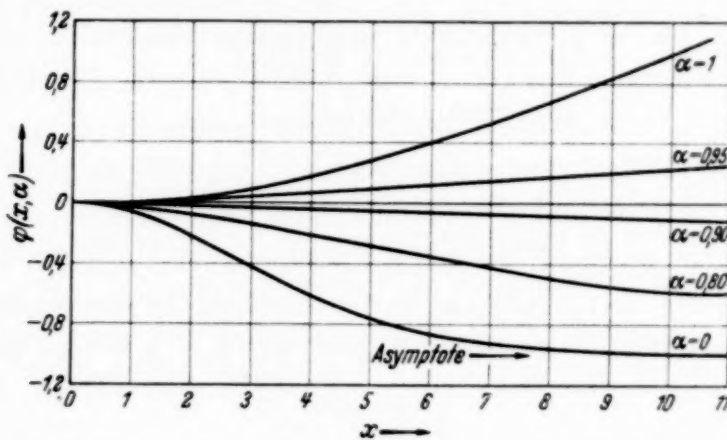


Fig. 12. Korrekturfunktion (13) zur Bestimmung der Leistungsdichte nach Formel (12).

Zylinder, wenn die Länge des Bolometerdrahtes 92% des Zylinderdurchmessers beträgt. Erwähnt sei noch, daß der Ausdruck (12) ohne die Korrekturreihe einer parabolischen Temperaturverteilung über jeden Querschnitt entspricht.

4. Anwendung der Lösung. Wendet man die Lösung (12) ohne die Korrekturreihe auf die beiden Temperaturverteilungen von Fig. 6 und 7 an, so erhält man die schraffierte Verteilung der dem Gas durch die Entladung in Form von Wärme zugeführten Leistung. Die Hauptmenge wird, wie ja zu erwarten ist, im Dunkelraum zugeführt. Allerdings ist diese Leistung im Vergleich zu der durch dieses Gebiet tretenden elektrischen Leistung sehr gering, nämlich nur etwa 1,5% bei Luft und 4,5% bei Wasserstoff. Dies liegt daran, daß die Wärme nur der ungerichtete Anteil der kinetischen Gesamtenergie der Moleküle ist. Die Ionen (Elektronen übertragen praktisch keine kinetische Energie) fliegen jedoch — besonders in Gebieten großer Feldstärke wie im Dunkelraum — vorzugsweise in Feldrichtung, so daß die von ihnen angestoßenen Moleküle ebenfalls diese Vorzugsrichtung haben und somit nur Puffer sind, über die der gerichtete Teil der Ionenenergie zu den Elektroden weitergeleitet wird. Der ungerichtete Anteil der von den Ionen übertragenen kinetischen Energie ist von Runge¹⁾ mit vereinfachten Annahmen berechnet worden. Mit den dort angewandten

¹⁾ I. Runge, ZS. f. Phys. **61**, 174, 1930.

Näherungen erhält man jedoch weit höhere Wärmeanteile als bei den vorliegenden Messungen.

In Gebieten kleiner Feldstärke, besonders wenn sie größere Ausdehnung besitzen wie in der positiven Säule und im Faradayschen Dunkelraum, wird praktisch alle übertragene Energie ungerichtet abgegeben und damit der Grenzwert von 50 % der durch das Gebiet fließenden elektrischen Energie zur Erwärmung des Gases verwandt^{1) 2) 3)}. Damit wird auch der verhältnismäßig starke Anstieg der Wärmeleistungsdichte in der Nähe der Anode verständlich, wenn auch wahrscheinlich in Fig. 6 und 7 die Werte dafür etwas zu hoch gefunden wurden. Es ist nämlich auch möglich, daß an der Anode ein größerer Temperatursprung vorhanden ist und damit die Krümmung der Temperaturkurve, die die Ursache des Ansteigens der Wärmeleistungsdichte in den beiden Kurven ist, dort in Wirklichkeit etwas schwächer ist.

Zusammenfassung. Zusammenfassend kann man sagen, daß die beschriebene Methode zwar mit Sicherheit nur aussagt, daß die Gas-temperaturen nicht höher als die gemessenen Temperaturen liegen, daß aber die Fehler durchaus noch in solchen Grenzen liegen, daß man die gemessene Temperaturverteilung zur angenäherten Berechnung der zugeführten Wärmeleistungsdichte verwenden kann und damit unabhängig von der Form des Gefäßes auch Schlüsse auf den Mechanismus der Gasentladung selbst ziehen kann. Damit man zu dieser Berechnung die einfache Formel

$$q = \lambda \left(-\frac{d^2 \bar{t}}{dz^2} + \frac{12 \bar{t}}{3 - \left(\frac{l}{2R}\right)^2} \right) \quad (12a)$$

anwenden kann, muß die Länge des Bolometerdrahtes 92 % des Zylinderdurchmessers sein.

Für die Anregung zu dieser Arbeit und für die stete Förderung möchte ich Herrn Prof. Dr. Ing. Güntherschulze meinen Dank aussprechen.

Berlin-Siemensstadt, den 5. Dezember 1938.

¹⁾ E. Warburg, Ann. d. Phys. **54**, 265, 1895. — ²⁾ W. R. Wood, ebenda **59**, 238, 1896. — ³⁾ R. Seeliger, Phys. ZS. **27**, 732, 1926, 894, 1927.

(Mitteilung aus dem Institut für Allgemeine Elektrotechnik der T. H. Dresden.)

Differentialmanometer zur Messung sehr geringer Druckunterschiede.

Von Gerhart Rudolph.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 9. Dezember 1938.)

Zur Messung der Durchschnittstemperaturen in einer Gasentladung kann man das Gasentladungsgefäß als Gasthermometer benutzen und die beim Ausschalten der Entladung auftretende Temperaturabnahme durch die damit verbundene Druckabnahme messen. Da besonders bei kleinen Stromdichten die Übertemperaturen im Gasentladungsgefäß sehr gering sind, wurde für diesen Zweck das in Fig. 1 gezeichnete Differentialmanometer entwickelt.

Das Manometer besteht aus zwei vertikal hängenden Glasrohren R von etwa 2 cm Durchmesser und 25 cm Länge, in deren Achse je ein dünner (0,05 mm Durchmesser) Pt-Bolometerdraht D ausgespannt ist. Beide Glasrohre sind unter sich durch einen Hahn H verbunden. Das eine ist an das Gasentladungsgefäß G , das andere an ein Ballastvolumen B angeschlossen. Die beiden Drähte werden durch dieselbe Stromquelle E von demselben Strom geheizt und die Wheatstonesche Brücke W bei offenem Hahn so abgeglichen, daß durch das Galvanometer G_1 kein Strom fließt. Nach einer gewissen Zeit ist der Gleichgewichtszustand soweit eingetreten, daß man den Hahn H schließen kann, ohne daß das Galvanometer ausschlägt. Verändert man nun bei geschlossenem Hahn den Druck im Gasentladungsgefäß z. B. dadurch, daß man die Entladung ausschaltet, so schlägt infolge der Änderung der Wärmeleitfähigkeit des Gases mit dem Druck das Galvanometer aus. Die Zurückführung in die Ruhelage kann nun dadurch bewirkt werden, daß man das Quecksilber im Kompensationsgefäß K steigen läßt.

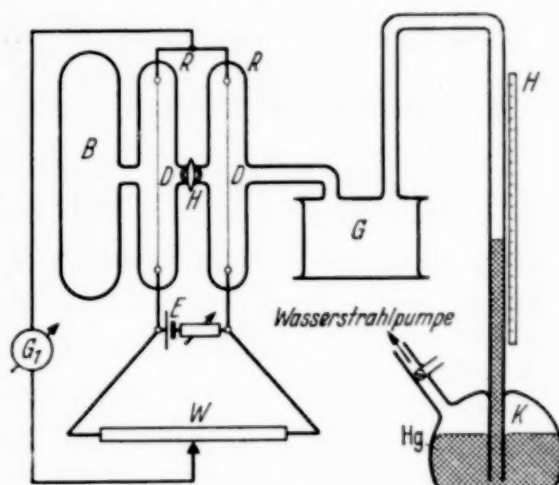


Fig. 1.

Ist auf diese Weise das Brückengleichgewicht wieder hergestellt, so kann man aus der dazu nötigen Änderung der Quecksilberhöhe ΔH im Kompensationsgefäß sofort auf die Druck- bzw. Temperaturänderung schließen. Öffnet man nach der Kompensation zur Kontrolle den Hahn H wieder, so muß das Galvanometer in Ruhe bleiben. Ist das Gesamtvolumen V und der Rohrquerschnitt des Kompensationsgefäßes q , so ist die relative Druck- bzw. Temperatursteigerung

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta T}{T} = - \frac{\Delta H}{V} \cdot q. \quad (1)$$

Bei den Versuchen wurde als Kompensationsgefäß das MacLeod-Manometer, das ohnehin in der Anlage lag, benutzt. Es konnten ohne weiteres bei einem Gasdruck von 0,1 Torr Druckunterschiede von 10^{-5} Torr genau gemessen und solche von 10^{-6} Torr noch nachgewiesen werden. Dies entspricht bei Zimmertemperatur Temperaturunterschieden von 0,03 bzw. 0,003° C. Dabei ist zu bedenken, daß die Messungen wegen der Kompensation des Druckes so gut wie fehlerfrei sind.

Berlin-Siemensstadt, den 5. Dezember 1938.

Das Raumbild der Physik¹⁾.

Von **Ernst Foradori** in Innsbruck.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 19. Dezember 1938.)

Revision der mathematischen Grundlagen des physikalischen Raumkontinuums. Die Tatsache, daß sich das physikalische Kontinuum *grundsätzlich* nicht in beliebig kleine Teile abteilen läßt, macht den geometrischen Punktbegriff und damit auch das mengentheoretische Punktkontinuum physikalisch sinnlos. — Diese Schwierigkeiten werden vermieden, wenn das Raumkontinuum nicht durch Zusammensetzung aus unausgedehnten Punkten, sondern durch Teilbarkeitseigenschaften beschrieben wird. Die Mittel dazu werden der Teiltheorie entnommen. Dadurch werden Kontinua mathematisch erfaßbar, deren Teilbarkeit durch eine untere Grenze beschränkt ist. Grundlegend für die teiltheoretische Behandlung des Kontinuums ist der Isomorphiegedanke (Strukturgleichheit). Es erweist sich das dem physikalischen Raumbild entsprechende (in seiner Teilbarkeit beschränkte) Kontinuum als isomorph mit dem geometrischen (in seiner Teilbarkeit unbeschränkten) Punktkontinuum, was den Vorteil einer einfachen Beschreibbarkeit der Naturvorgänge mit der Vorstellung einer kürzesten Länge verbindet. Die in solchen kleinsten Raumelementen beschlossene prinzipielle Unbestimmtheit bedingt einen (diesem Umstand Rechnung tragenden) Überdeckungsbegriff und führt so zwangsläufig zu einer statistischen Metrik, welche sich konsequent durchführen läßt.

1. Einleitung.

Der Raumbegriff mußte — unter dem Eindruck physikalischer Feststellungen oder diesen voraneilend — mehrmals einer Revision unterzogen und von den ihm aus primitiven Vorstellungen her noch anhaftenden beengenden Details befreit werden. So z. B. übernahm Riemann die allgemeine Annahme, daß der Raum eine kontinuierliche Punktmannigfaltigkeit sei, aber er erkannte, daß diese nicht bloß einer, sondern mehrerer Maßbestimmungen fähig sei.

Unangetastet blieb an solchen Erweiterungen die Prämisse, daß der Raum eine Punktmannigfaltigkeit sei, ohne daß dieser Standpunkt je einer kritischen Prüfung unterzogen worden wäre. Es darf aber heute als entschieden gelten²⁾, daß die punkthafte Struktur keineswegs wesentlich für das Kontinuum ist und andere Auffassungen möglich und mindestens ebenso geeignet für die mathematische Erfassung sind. Darüber hinaus zeigt sich immer mehr, daß die Hypothese der Punktstruktur nicht nur nicht notwendig, sondern im Falle des physikalischen Raumkontinuums gar nicht einmal zutreffend ist.

¹⁾ Diese Arbeit ist hervorgegangen aus einer Reihe von Unterredungen mit Herrn Prof. A. March. Vieles darin ist das Ergebnis gemeinsamer Überlegungen. — ²⁾ E. Foradori, Grundgedanken der Teiltheorie, Leipzig, S. Hirzel, 1937; wird im folgenden stets mit Gg. zitiert.

Die heutige Physik sieht sich nämlich abermals vor grundsätzliche Entscheidungen gestellt, welche eine Erneuerung der bisherigen Raumvorstellung notwendig machen. Die Entwicklung der Quantenmechanik hat — begründet auf der Hypothese des *Punktraumes* — zu Ergebnissen geführt, welche, für sich betrachtet, als völlig untragbar erscheinen. Auf solche Schwierigkeiten führt z. B. der Versuch, die Prinzipien der Quantenmechanik auf das elektromagnetische Feld anzuwenden. Dies führt nämlich zu einer unendlich großen Eigenenergie des Elektrons sowie zu einer unendlich großen Energie der Hohlraumstrahlung, Ergebnissen, die allgemein als unhaltbar empfunden werden, aber dennoch als Schlußfolgerungen der sonst so bewährten Theorie hingenommen werden mußten. So ist die Quantenmechanik „aus verschiedenen Gründen gezwungen, das Elektron als unausgedehnte Punktladung zu betrachten, was zur Folge hat, daß die Feldenergie unendlich wird. Mit der Hohlraumstrahlung aber verhält es sich so, daß sie sich, genau analog der Bewegung einer an den Enden festgehaltenen Saite, in unendlich viele stehende Wellen zerlegen läßt, deren Wellenlängen von einem bestimmten Maximalwert asymptotisch auf Null abnehmen. Für die Energie einer stehenden Lichtwelle ergibt nun die Maxwellsche Theorie einen Ausdruck, der formal vollkommen identisch ist mit dem für die Schwingungsenergie eines Oszillators von der gleichen Frequenz ν . Nach der Quantenmechanik kommt aber einem Oszillator eine Mindest- (oder Nullpunkts-)Energie vom Betrage $h\nu/2$ zu, so daß die Gesamtenergie der unendlich vielen Eigenschwingungen unter allen Umständen unendlich groß ausfällt. Ersichtlich kommt hier das unsinnige Ergebnis dadurch zustande, daß Lichtwellen beliebig kleiner Wellenlänge als möglich zugelassen werden, wodurch eben die Zahl und damit die Energie der Eigenschwingungen auf Unendlich steigt. So, daß man den Eindruck gewinnt, es sei der Wellenlänge des Lichtes durch irgendein in der Natur wirksames Prinzip eine untere Grenze gesetzt, die damit in Zusammenhang stehen könnte, daß der Ausgangspunkt der Lichtwellen, d. h. das Elektron, nicht als exakt punktförmiges, sondern als ausgedehntes Gebilde zu denken ist. Beide Unendlichkeitsschwierigkeiten scheinen also darauf hinzuweisen, daß ihr Ursprung in *kleinsten Räumen* zu suchen sei, und es liegt daher nahe, sich zu fragen, ob es denn überhaupt zulässig ist, die gewohnten geometrischen Vorstellungen auf Räume beliebiger Kleinheit zu übertragen“¹⁾.

¹⁾ A. March, Die Idee einer atomistischen Struktur des Raumes Abschnitt 1. Naturwissensch. **26**, 649, 1938. — Weitere Literatur: W. Heisenberg, Ann. d. Phys. (5) **32**, 20, 1938; A. March, ZS. f. Phys. **104**, 93 u. 161, 1937; **105**, 620, 1937; **106**, 49 u. 532, 1937; **108**, 128, 1937.

Alles dies deutet darauf hin, daß die Schwierigkeiten nicht in der spezifisch quantenmechanischen Vorstellungswelt entspringen, sondern vielmehr in dem von ihr zugrunde gelegten Medium, dem Punktraum, liegen. Denn die genannten Schwierigkeiten treten immer mit dem Versuch auf, gewisse Überlegungen in Verbindung mit der Idee eines in beliebig kleine Partien abteilbaren Raumes (wie der heute üblichen Vorstellung eines Punktraumes) durchzuführen. Dem könnte nun dadurch begegnet werden, daß für jedes der in Rede stehenden Phänomene eine (von Fall zu Fall verschiedene) untere Grenze festgestellt wird, derart, daß Raumpartien, welche diese Grenze unterschreiten, für die Aufnahme des betreffenden Phänomens grundsätzlich ungeeignet erscheinen. Dem ist folgendes entgegenzuhalten: „Es ist nämlich heute kaum mehr zu bezweifeln, daß die Ausdehnung aller Elementarpartikel dieselbe ist — zumindest wissen wir das von Elektron und Proton — und diese merkwürdige Übereinstimmung legt es uns nahe, sie nicht dem reinen Zufall zuzuschreiben, sondern hinter ihr ein allgemeines Prinzip zu vermuten. Dann erscheint es aber am einfachsten, *dieses Prinzip als eine dem Raum immanente Kraft an die Geometrie zu binden und damit den Ursprung des Atomismus in den Raum zu verlegen*“¹⁾.

March legt in seinen Arbeiten über die beschränkte Teilbarkeit des Raumes den geometrischen Punktraum zugrunde und stellt in diesem relativistisch invariante Ausdrücke her, die solchen kleinsten Raumpartien entsprechen. Die kürzeste Länge (und die entsprechende mehrdimensionale Begriffsbildung) erscheint hier als eine wesentlich *geometrische* Eigenschaft, nämlich, daß die dem Punktkontinuum zugewiesenen geometrischen Eigenschaften solche sind, die die Teilbarkeit auf eine Minimallänge beschränkt erscheinen lassen, während das dieser Raumvorstellung zugrunde liegende Kontinuum als Punktkontinuum und daher *an sich* als in beliebig kleine Partien abteilbar gedacht wird.

Demgegenüber wird hier die Beschränktheit der Teilbarkeit bereits *in das zugrunde liegende Kontinuum selbst* verlagert (was natürlich erst durch teiltheoretische Vorstellungen möglich wird), und dadurch wird die Invarianz einer solchen kürzesten Länge bei Bewegungen — wie sich zeigen wird — eine triviale Tatsache. Erst dadurch wird eine völlig konsequente Durchführung des Gedankens von einer kürzesten Länge erreicht, indem auch für das der Raumvorstellung zugrunde liegende Kontinuum *an sich* die Teilbarkeit eine endliche untere Schranke aufweist und dieses grundsätzlich nicht mehr als in beliebig kleine Partien abteilbar erscheint. Dennoch bleibt, wie sich zeigen wird, die Kontinuität dieser Raumvorstellung erhalten.

¹⁾ A. March, Naturwissensch. 26, 654, 1938.

Ein neues, diesen Anforderungen Rechnung tragendes Raumbild soll geschaffen und zu einer mathematisch strengen und physikalisch sinnvollen (d. h. grundsätzlich durch Beobachtungsergebnisse realisierbaren) Theorie gestaltet werden. Der Abbruch gewohnter Vorstellungen wird hier durchgreifender sein als in früheren Erweiterungen des Raumbegriffes: Ein Raum im geometrischen Sinne entsteht, indem in eine kontinuierliche Mannigfaltigkeit eine Metrik eingetragen wird. Die bisherigen Erweiterungen der Raumvorstellung bestanden nur darin, daß für die zwischen den Elementen der kontinuierlichen Mannigfaltigkeit bestehenden Beziehungen gewisse einengende Schranken fallengelassen wurden. Die zugrunde liegende kontinuierliche Mannigfaltigkeit selbst aber wurde dadurch nicht berührt, sondern nur die an sie gebundenen Beziehungen; die Hypothese der Punktstruktur des Raumkontinuums schien unentbehrlich, da nur die Hilfsmittel der Mengenlehre zur Verfügung standen. Hier aber erstet nun — angesichts der vorhin erwähnten physikalischen Tatsachen — die Notwendigkeit, auch die zugrunde gelegte kontinuierliche Mannigfaltigkeit selbst einer Revision zu unterziehen und die Hypothese der Punktstruktur des physikalischen Raumes zu überwinden. Die Mittel dazu liefert die Teiltheorie.

2. Intervallschachtelungssatz und Punktbegriff.

Es sollen zunächst die Teilbarkeitsverhältnisse auf einer Geraden g festgestellt werden. Als Teile von g gelten die Strecken und Punkte von g (wobei zu den ersteren der Vollständigkeit halber auch noch g selbst und die Halbstrahlen auf g gerechnet werden mögen). Zwischen Strecken und Punkten auf einer Geraden g wird in der Geometrie ein fundamentaler Zusammenhang gefordert, der seinen Ausdruck im sogenannten *Stetigkeitsaxiom* der Geometrie (auch *Streckenschachtelungssatz* genannt) findet. Als *Streckenschachtelung* wird gewöhnlich eine Folge $\{s_i\}$ von Strecken s_1, s_2, \dots auf einer Geraden g bezeichnet, derart, daß jede Strecke s_{i+1} Teil der vorhergehenden s_i ist, also ganz auf s_i liegt, was durch $s_{i+1} \mu s_i$ ausgedrückt werde¹⁾. Hier aber soll die Bezeichnung Streckenschachtelung solchen Schachtelungen $\{s_i\}$ vorbehalten bleiben, zu denen es keine weitere Strecke s von g mehr gibt, welche in sämtlichen s_i enthalten ist. Dann lautet das *Stetigkeitsaxiom*: *Jede Streckenschachtelung auf g bestimmt genau einen Punkt von g .*

Zwei derartige Streckenschachtelungen $\{s_i\}, \{t_j\}$ sollen als *äquivalent* bezeichnet werden, wenn eine dritte Streckenschachtelung $\{u_k\}$ so existiert,

¹⁾ Daß g eine Gerade und die s_i Strecken sind, ist hier völlig unwesentlich; es könnten ebenso gut auch andere lineare Kontinua sein.

daß sich zu jedem u_k ein s_i und ein t_j bestimmen läßt, welche beide auf u_k liegen. Nach dieser Äquivalenzfestsetzung kann das Stetigkeitsaxiom geradezu als Definition des Punktes betrachtet werden, wenn nämlich noch die Festsetzung getroffen wird, daß *äquivalente Streckenschachtelungen stets ein und denselben Punkt bestimmen sollen*. Dann wird — sofern äquivalente Streckenschachtelungen miteinander identifiziert werden — das Stetigkeitsaxiom *umkehrbar*: Jeder Punkt bestimmt auch genau eine Streckenschachtelung.

Die Teilbeziehung zwischen Punkt und Strecke soll durch folgende Festsetzung geregelt werden: Ein Punkt P soll dann in einer Strecke s enthalten sein, im Zeichen $P \mu s$, wenn es eine den Punkt P bestimmende Streckenschachtelung $\{p_i\}$ so gibt, daß bei hinreichend hohem n für alle $i > n$ stets $p_i \mu s$ gilt.

Zur vollständigen Beherrschung eines Kontinuums gehört, daß seine Struktur durch ein lediglich aus Zahlen gebildetes Material dargestellt werden kann (Arithmetisierung). Hierzu ist von der Gesamtheit der (positiven und negativen) reellen Zahlen auszugehen. Diese stellen ein System von skalaren Größen mit Vorzeichen, also ein lineares Vektorsystem vor; es läßt sich auf der Geraden g durch die Gesamtheit der von einem festen Punkt 0 ausgehenden, in g liegenden Vektoren veranschaulichen. Jeder reellen Zahl r (= Skalar + Vorzeichen) entspricht dann genau ein Vektor r auf g ; jeder Strecke auf g entspricht ein Paar (r, s) solcher Vektoren, $(r, s) = (s, r)$. Es entspricht also auch jeder Strecke eindeutig ein Paar von reellen Zahlen (r, s) , wobei $(r, s) = (s, r)$. Da in (r, s) die Anordnung der Zahlen r, s belanglos ist, kann — zwecks Vereinfachung der Darstellung — fortan die Festsetzung getroffen werden, daß im Symbol (r, s) stets $r \leq s$ gelten soll; ein solches Paar von reellen Zahlen (von denen also stets die erste \leq als die zweite ist), wird ein *Intervall* genannt, es ist das arithmetische Äquivalent der Strecke. Ein Intervall (a, b) heiße ein Teil eines anderen Intervalles (a', b') oder in (a', b') enthalten, im Zeichen

$$(a, b) \mu (a', b'),$$

wenn

$$a \geq a' \quad \text{und} \quad b \leq b'$$

ist. Eine Folge $\{s_i\}$ von Intervallen $s_i = (a_i, b_i)$ werde als *Intervallschachtelung* bezeichnet, wenn jedes Intervall s_{i+1} stets in s_i enthalten ist. Hier soll aber fortan — analog wie vorhin bei der Streckenschachtelung — die Bezeichnung Intervallschachtelung und das Zeichen $\{s_i\}$ nur dann verwendet werden, wenn es kein weiteres Intervall $s = (a, b)$ mit $a < b$ mehr

gibt, das in sämtlichen s_i enthalten wäre. Ganz entsprechend wie vorhin ist dann auch noch die *Äquivalenz* zweier solcher Intervallschachtelungen festzusetzen. Dies führt zu folgender Definition der *Intervallstelle*: Zwei Intervallschachtelungen bestimmen dann und nur dann dieselbe Intervallstelle, wenn sie äquivalent sind. In der Intervallstelle ist daher das arithmetische Äquivalent des geometrischen Punktes zu erblicken und es gilt der aus den Elementen der Analysis her bekannte *Intervallschachtelungssatz*: *Jede Intervallschachtelung bestimmt genau eine Intervallstelle.*

Die Teilbeziehung zwischen Intervallstelle und Intervall soll nun ganz analog wie für Punkt und Strecke durch folgende Festsetzung geregelt werden: Eine Intervallstelle P soll dann in einem Intervall s enthalten sein, im Zeichen $P \mu s$, wenn es eine die Intervallstelle bestimmende Intervallschachtelung $\{p_i\}$ so gibt, daß bei hinreichend hohem n für alle $i > n$ stets $p_i \mu s$ ist.

An dieser Arithmetisierung der geometrischen Geraden zeigt sich, daß die Gesamtheit der reellen Zahlen in ihrer Größenanordnung noch nicht ein strukturgetreues Bild der Geraden liefert, denn jener entspricht auf der Geraden g ein durch einen festen Punkt als Ursprung bestimmtes Vektorsystem auf g , welches ersichtlich noch keineswegs die Teilbarkeitsverhältnisse auf der Geraden wiedergibt. Erst durch die Einführung der Intervalle und Intervallstellen wird ein getreues Bild der auf einer Geraden herrschenden Teilbarkeitsverhältnisse entworfen (Strecken und Punkte). Aber die Intervalle als Paare reeller Zahlen und die Intervallstellen als Folgen von Intervallen sind gegenüber den reellen Zahlen ebensolche Neubildungen, wie es die rationalen Zahlen als Paare natürlicher, und die reellen Zahlen als Folgen rationaler gegenüber den ursprünglich gegebenen natürlichen Zahlen sind und erzeugen so ein gewissermaßen reichhaltigeres Kontinuum; in Abschnitt 4 wird diesem Strukturunterschied nähergetreten werden.

3. Teiltheoretische Natur des Kontinuums.

Der allgemeine Begriff des Kontinuums setzt keineswegs das Vorhandensein letzter punktartiger Elemente voraus¹⁾. Lediglich bestimmte Teilbarkeitseigenschaften müssen erfüllt sein. Daher ist die teiltheoretische Behandlung des Kontinuums die natürliche, und außerdem umschließt sie eine Reihe von wichtigen Arten von Kontinua, welche mit mengentheoretischen Mitteln nicht zu fassen sind; letzte Elemente können wohl vorhanden sein, müssen aber nicht: Das Kontinuum als eine Menge aufzufassen, ist also nicht in allen Fällen statthaft.

¹⁾ Vgl. Gg. § 10.

Der Physiker muß darauf bedacht sein, keine Hypothesen, welche sich nicht genügend durch das ihm zur Verfügung stehende Beobachtungsmaterial rechtfertigen lassen, anzusetzen, und so sich die exakte Erfassung der Naturgesetze zu versperren. Bei allen seinen Messungen hat es der Physiker stets nur mit endlichen ausgedehnten Größen zu tun, und kann so messend Teile eines umfassenderen Ganzen feststellen. Für ihn wird die teiltheoretische Auffassung des Kontinuums die adäquate sein. Die Hypothese von der Punktstruktur des Raumkontinuums wäre nur dann physikalisch sinnvoll (d. h. durch Beobachtungsergebnisse realisierbar), wenn die Teilbarkeit des Raumes in beliebig kleine Raumpartien *grundsätzlich* möglich wäre, d. h. im Rahmen der zur Verfügung stehenden Beobachtungsmöglichkeiten durchführbar wäre (wobei natürlich von der Mangelhaftigkeit der Meßapparate ganz abzusehen ist, also ideale Geräte voraussetzen sind).

Für die *Teiltheorie* als solche ist das Vorhandensein einer Relation μ (μ von $\mu\acute{\epsilon}\rho\omicron\varsigma$: Teil; $a \mu b$ lies: a ist Teil von b) kennzeichnend, welche lediglich den beiden folgenden Forderungen — den Axiomen der Teiltheorie — genügen muß:

1. $a \mu a$ für jedes a ;
2. wenn $a \mu b$, $b \mu c$, so $a \mu c$;

dem Charakter als Relation entsprechend bedingt μ stets einen Geltungs- (Operations-)Bereich, für dessen *Glieder* die μ -Relation erklärt ist.

Zwei Beispiele solcher μ -Relationen sind bereits in Abschnitt 2 gegeben worden, weitere folgen. Mit diesen einfachen Mitteln ist es möglich, eine allen Anforderungen genügende Theorie des Kontinuums aufzustellen. Es ist hier nicht der Platz, auf die Vorzüge der teiltheoretischen Darstellung des Kontinuums gegenüber der mengentheoretischen einzugehen, auch können von jener hier nicht mehr als die Grundzüge skizziert werden¹⁾. Der Leitgedanke dabei ist folgender: Ein Kontinuum k liegt dann und nur dann vor, wenn sich zu je zwei beliebigen Teilen a, b von k , für welche $a \mu b$ gilt, stets ein kontinuierlicher Übergang von a nach b herstellen läßt. Es kommt also wesentlich darauf an, den Gedanken eines kontinuierlichen Übergangs zu präzisieren. Deshalb wird der Definition des Kontinuums jene der „kontinuierlichen Schachtelung“ vorangestellt, durch welche die Präzisierung jener anschaulich primitiven Vorstellung des kontinuierlichen Übergangs erreicht wird (und zwar mit lediglich teiltheoretischen Mitteln).

¹⁾ Vgl. Gg. Kap. II.

Um den Begriff der kontinuierlichen Schachtelung hier wenigstens aufstellen zu können, müssen einige elementare teiltheoretische Begriffe¹⁾ abgeleitet werden; das ganze Axiomensystem der Teiltheorie ist aber bereits mit den beiden einfachen Forderungen 1., 2. aufgestellt. Die Negation von μ sei mit $\bar{\mu}$ bezeichnet, also $a \bar{\mu} b$ heißt: a ist nicht Teil von b .

1. *Echte und unechte Teile*: Ist $a \mu b$, so können die beiden (einander ausschließenden) Fälle $b \mu a$, $b \bar{\mu} a$ eintreten. Im ersten Falle, also wenn

$$a \mu b \quad \text{und} \quad b \mu a$$

gilt, werde a ein *unechter* Teil von b genannt und

$$a \equiv b$$

geschrieben; im zweiten Falle, also wenn

$$a \mu b \quad \text{und} \quad b \bar{\mu} a$$

gilt, werde a ein *echter* Teil von b genannt und

$$a \ll b$$

geschrieben; Negation: $a \not\equiv b$, $a \not\ll b$.

Man bestätigt leicht folgende Tatsachen:

$a \equiv a$ für jedes a ;

wenn $a \equiv b$, so $b \equiv a$;

wenn $a \equiv b$, $b \equiv c$, so $a \equiv c$;

$a \ll a$ für jedes a ;

wenn $a \ll b$, so $b \not\ll a$ und $b \not\equiv a$, also $b \bar{\mu} a$;

wenn $a \ll b$, $b \ll c$, so $a \ll c$.

2. *Durchschnitt und Vereinigung*: Durchschnitt soll — anschaulich primitiv gesprochen — der umfassendste gemeinsame Teil genannt werden. Also in präziser Fassung: Als *Durchschnitt* $a b$ zweier Glieder a , b des Operationsbereiches werde ein solches Glied bezeichnet, das der Bedingung

$$p \mu a b \mu q$$

für alle p und q genügt; dabei bedeute p jedes Glied, das sowohl in a wie in b enthalten ist, und q jedes Glied, das sämtliche p enthält (für alle p und q gilt also stets $p \mu a$, $p \mu b$, $p \mu q$).

Der duale Begriff hierzu ist der der Vereinigung, der — anschaulich primitiv gesprochen — das engste Glied, welches a und b noch enthält, bedeuten soll. Also in präziser Fassung: Als *Vereinigung* $a + b$ zweier Glieder a , b werde ein solches Glied bezeichnet, das der Bedingung

$$q \mu a + b \mu p$$

für alle p und q genügt; dabei bedeute diesmal p jedes Glied, das sowohl a wie b enthält, und q jedes Glied, das in sämtlichen p enthalten ist (für alle p und q gilt also stets $a \mu p$, $b \mu p$, $q \mu p$).

Die Begriffe Durchschnitt und Vereinigung, die hier nur für zwei Glieder a und b aufgestellt worden sind, lassen sich auch für beliebig viele Glieder α aufstellen und sollen dann mit $D(\alpha)$ bzw. $V(\alpha)$ bezeichnet werden. Es muß nicht stets ein Durchschnitt bzw. eine Vereinigung existieren, d. h. es muß nicht immer ein Glied des Operationsbereiches geben, das der Durchschnitts- bzw. Vereinigungsbedingung genügt. Wenn sie aber existieren, so gilt:

Eindeutigkeit von Durchschnitt und Vereinigung: Es kann (bis auf \equiv) nur *einen* Durchschnitt und nur *eine* Vereinigung derselben Glieder geben.

¹⁾ Ausführliche Darlegung und Erläuterung durch Beispiele in Gg., Kap. I.

Kommutatives Gesetz: Es ist, falls die folgenden Durchschnitte und Vereinigungen existieren, stets

$$ab \equiv ba \quad \text{und} \quad a + b \equiv b + a.$$

Assoziatives Gesetz: Es ist, falls die folgenden Durchschnitte und Vereinigungen existieren, stets

$$(ab)c \equiv a(bc) \quad \text{und} \quad (a+b)+c \equiv a+(b+c).$$

3. Kontinuierliche Schachtelung: Ein System von Gliedern s werde eine *Schachtelung* S genannt, wenn für je zwei beliebige solcher Glieder s_1, s_2 stets

$$\text{entweder } s_1 \mu s_2 \quad \text{oder} \quad s_2 \mu s_1$$

gilt. Sind S und S' zwei Schachtelungen und ist jedes Glied von S' auch Glied von S , so werde S' *Unterschachtelung* von S genannt. Ein Glied s einer Schachtelung S werde *inneres Glied* von S genannt, wenn es mindestens zwei weitere Glieder s', s'' mit

$$s' \ll s \quad \text{und} \quad s \ll s''$$

gibt. Eine aus lauter inneren Gliedern von S bestehende Unterschachtelung werde *innere Unterschachtelung* von S genannt.

Eine Schachtelung S werde eine *kontinuierliche Schachtelung* genannt, wenn die beiden folgenden Bedingungen $\alpha), \beta)$ erfüllt sind:

$\alpha)$ Jedes Glied s von S ist Durchschnitt aller jener Glieder von S , welche s als echten Teil enthalten;

$\beta)$ Zu jeder inneren Unterschachtelung T von S gibt es ein Glied von S , das Vereinigung von T ist.

Diesen beiden Bedingungen $\alpha), \beta)$ sind äquivalent die ihnen dualen, d. h. die beiden folgenden Bedingungen $\alpha'), \beta')$:

$\alpha')$ Jedes Glied s von S ist Vereinigung aller jener Glieder von S , welche in s als echte Teile enthalten sind;

$\beta')$ Zu jeder inneren Unterschachtelung T von S gibt es ein Glied von S , das Durchschnitt von T ist.

Deutet man μ mit \leq , so bilden die rationalen Zahlen eine Schachtelung, die der Bedingung $\alpha)$ [und ebenso $\alpha')$] genügt, die ganzen Zahlen eine solche, die der Bedingung $\beta)$ [und $\beta')$] genügt, und schließlich die reellen Zahlen eine solche, die beiden Bedingungen $\alpha), \beta)$ [und $\alpha'), \beta')$] genügt.

Durch Ausbau des vorhin erwähnten Leitgedankens (nämlich, daß sich zu je zwei beliebigen Teilen a, b eines Kontinuums k mit $a \mu b$ stets ein kontinuierlicher Übergang herstellen lassen muß) ergibt sich dann folgende scharfe Definition des Kontinuums: Ein Glied k ist ein *Kontinuum*, wenn jede Schachtelung in k Unterschachtelung einer kontinuierlichen Schachtelung in k ist.

Trotz vielfacher Vorzüge aber wäre die teiltheoretische Fassung des Kontinuums unfruchtbar bzw. kein wesentlicher Fortschritt gegenüber der mengentheoretischen, wenn sich so nicht die Strukturunterschiede innerhalb der verschiedenen Kontinua aufweisen lassen würden. Das Mittel zur Aufdeckung der Strukturverhältnisse (welche der mengentheoretischen Erfassung vielfach sogar grundsätzlich unzugänglich sind) ist der teiltheoretische Isomorphiebegriff.

4. *Isomorphie.*

Der untenstehenden Isomorphieerklärung liegt folgender Gedanke zugrunde: Zwei Kontinua k_1, k_2 sind von gleicher theiltheoretischer Struktur, wenn sie dieselben Teilbarkeitseigenschaften aufweisen; dies aber wird dann und nur dann der Fall sein, wenn sich die Teile von k_1 denen von k_2 μ -treu zuordnen lassen; μ -treu heißt: Sind k'_1 und k''_1 zwei Teile von k_1 , für welche $k'_1 \mu k''_1$ ist, so soll für die ihnen zugeordneten Teile k'_2 und k''_2 von k_2 ebenfalls $k'_2 \mu k''_2$ gelten und umgekehrt. So ergibt sich folgende Definition: Zwei Kontinua heißen *isomorph*, wenn sich ihre Teile μ -treu aufeinander abbilden lassen.

So sind z. B. das im Abschnitt 2 konstruierte Streckenkontinuum (die Gerade g) und das dortige Intervallkontinuum isomorph. Hingegen sind diese Kontinua — wie dort auch schon bereits angedeutet wurde — nicht isomorph mit dem Kontinuum der reellen Zahlen, d. h. mit folgendem: Der Operationsbereich werde gebildet von der Gesamtheit der reellen Zahlen, μ bedeute \leq . Dann bildet diese Gesamtheit eine kontinuierliche Schachtelung und jede reelle Zahl ein Kontinuum, insbesondere auch die Zahl ∞ , falls eine solche Zahl als vorhanden angenommen wird. Dem entspricht auf der Geraden die Gesamtheit aller auf dieser Geraden liegenden Vektoren mit gemeinsamem Ursprung 0, wenn μ wie im entsprechenden Beispiel des Abschnitts 2 erklärt wird. Daß diese beiden zueinander isomorphen Kontinua (d. h. das von den reellen Zahlen gebildete und das von der von 0 ausgehenden Vektormannigfaltigkeit auf der Geraden gebildete Kontinuum) den beiden früheren nicht isomorph sein können, läßt sich schon daraus erkennen, daß in den beiden letzteren die Teile alle eine einzige Schachtelung bilden (d. h. für je zwei Teile a und b eines solchen Kontinuums gilt stets entweder $a \mu b$ oder $b \mu a$), bei den beiden früheren aber nicht, denn für die beiden folgenden Intervalle bzw. Strecken ist weder $(0, 1) \mu (1, 2)$ noch $(1, 2) \mu (0, 1)$.

Kontinuität ist eine Isomorphieinvariante, d. h. es gilt der Satz: Sind k und h isomorph und ist k ein Kontinuum, so ist auch h ein Kontinuum¹⁾.

Hingegen gilt *nicht* die Umkehrung dieses Satzes: Zwei Kontinua k_1, k_2 müssen nämlich nicht notwendig isomorph sein, wie bereits die bisherigen Beispiele gezeigt haben. Solche nicht-isomorphe Kontinua sind Kontinua verschiedener Struktur, und die Aufstellung notwendiger und hinreichender Bedingungen für die Isomorphie von Kontinua führt zur Einteilung der Kontinua nach Isomorphie²⁾.

¹⁾ Gg. § 11. — ²⁾ Vgl. Gg., Kap. III.

5. Das physikalische Kontinuum; eindimensionaler Fall.

Wie in Abschnitt 1 erwähnt, ist der Teilbarkeit auf der Geraden eine untere Grenze gesetzt, indem Strecken, deren Länge einen bestimmten endlichen Wert k unterschreitet, *grundsätzlich* nicht mehr Gegenstand einer Beobachtung sein können. Die dann vorliegenden Teilbarkeitsverhältnisse lassen sich also durch die Gesamtheit aller Strecken $\geq k$ auf einer Geraden g darstellen.

Dadurch wird ein Kontinuum erzeugt, das mit K_k bezeichnet sein soll. Das in Abschnitt 2 (durch die Gesamtheit aller Strecken und Punkte auf g) erzeugte Punktkontinuum sei mit K_0 bezeichnet. Es gilt nun die wichtige Tatsache: K_k und K_0 sind isomorph.

Zum Beweis werde auf g ein Ursprungspunkt 0 gewählt und jede Strecke auf g durch ein Zahlenpaar (a, b) bestimmt, wobei a die Koordinate ihres linken und b jene ihres rechten Endpunktes bedeute. Für zwei solche Strecken (a_1, b_1) , (a_2, b_2) gelte (wie in Abschnitt 2) dann und nur dann

$$(a_1, b_1) \mu (a_2, b_2),$$

wenn

$$a_1 \geq a_2 \quad \text{und} \quad b_1 \leq b_2$$

ist. Werden nur solche Strecken in Betracht gezogen, deren Länge $\geq k$ ist, so gilt für jedes Zahlenpaar (a, b) stets

$$a + k \leq b.$$

Es seien also die Strecken von K_k mit (a, b) , jene von K_0 mit (α, β) bezeichnet; letztere Zahlenpaare haben lediglich die Bedingung

$$\alpha \leq \beta$$

zu erfüllen und durch sie werden auch die Punkte von K_0 dargestellt, nämlich immer dann, wenn $\alpha = \beta$ ist. Es lassen sich nun die Strecken und Punkte (α, β) von K_0 umkehrbar eindeutig und μ -treu auf die Strecken (a, b) von K_k durch die Zuordnungsvorschrift

$$a = \alpha,$$

$$b = \beta + k$$

abbilden, d. h. K_0 und K_k sind isomorph.

Den Punkten von K_0 entsprechen dabei die „Kürzesten“ (d. h. die Strecken von der Länge k) im Kontinuum K_k .

Die Isomorphie zwischen K_0 und K_k ermöglicht auch in K_k in genau gleicher Weise wie im üblichen Punktkontinuum K_0 eine Metrik (d. h. Abstandsbeziehungen) einzuführen; nur mit dem Unterschied, daß diese Abstandsbeziehungen nun nicht mehr zwischen Punkten, sondern den

Kürzesten errichtet sind: Eine Metrik in K_0 überträgt sich durch die eindeutige Abbildung zwischen Punkten und Kürzesten unmittelbar auf K_k .

Diesem Umstand kommt aber physikalisch keine besondere Bedeutung zu, da der Physiker bei der Feststellung, welche Metrik als die gegebene anzusehen ist, lediglich auf statistische Methoden angewiesen ist, wie weiter unten auszuführen sein wird.

Es ist noch zu bemerken, daß bei einer isomorphen Abbildung von K_k auf sich selbst (z. B. bei einer Bewegung) stets Kürzeste in Kürzeste übergeführt werden; k bleibt also gegenüber solchen Abbildungen invariant. Dies ist eine ebenso triviale Tatsache, wie die, daß bei einer isomorphen Abbildung von K_0 auf sich selbst stets Punkte in Punkte übergeführt werden. Die *relativistische Invarianz* der Länge k ist dann eine unmittelbare Folgerung aus der Isomorphie von K_0 und K_k .

6. Der mehrdimensionale Fall.

Die im Eindimensionalen durchgeführten Überlegungen lassen sich unmittelbar auch auf das Zwei- und Mehrdimensionale übertragen.

Wie im Eindimensionalen durch eine Streckenschachtelung, so wird in der Ebene ein Punkt durch eine Schachtelung von sich immer mehr und mehr verengenden Flächenstücken festgelegt (unter einem Flächenstück soll das Innere eines von einer einfach geschlossenen Kurve begrenzten Gebietes samt Rand verstanden werden).

Nun aber soll — analog wie im Eindimensionalen — die Annahme gemacht werden, daß diese Unterteilung nicht bis ins Unendliche durchführbar ist, sondern eine untere Grenze darin hat, daß es kleinste Flächenstücke in Gestalt von Kreisen mit dem Halbmesser $k/2$ gibt, die *Kleinkreise* genannt werden mögen. Dies entspricht nämlich der physikalischen Tatsache, daß Längen $< k$ grundsätzlich nicht mehr durch Beobachtungsergebnisse festgestellt werden können. Um ein dieser Tatsache Rechnung tragendes ebenes Kontinuum zu schaffen, werde um jeden Punkt der Ebene ein Kreis vom Halbmesser $k/2$ gelegt. Das ursprüngliche Kontinuum — die Ebene — sei wiederum mit K_0 bezeichnet; die Glieder des so bestimmten Operationsbereiches werden also von der Gesamtheit der Punktmengen in der Ebene gebildet. Sei nun M_0 eine beliebige von diesen Punktmengen, ferner M_k diejenige Punktmenge, welche genau von jenen Kleinkreisen bedeckt wird, deren Mittelpunkt einer der Punkte von M_0 ist. So ist jeder Menge M_0 umkehrbar eindeutig eine Menge M_k zugeordnet. Betrachtet man nun die Gesamtheit der Mengen M_k als Operationsbereich und setzt μ wieder gleich \subseteq (Teilmenge), so bildet die Ebene ebenfalls wieder ein Kon-

tinuum, das mit K_k bezeichnet sei. Wieder gilt die wichtige Tatsache: K_0 und K_k sind isomorph.

Den Punkten in K_0 entsprechen nun aber in K_k die Kleinkreise, den Koordinatenlinien in K_0 nunmehr Koordinatenstreifen in K_k (man kann sich so einen Koordinatenstreifen durch Bewegung eines Kleinkreises entstanden denken). Es ist klar, daß sowohl Kleinkreise wie Koordinatenstreifen übereinandergreifen (vgl. Fig. 1).

Aus der Isomorphie von K_0 und K_k folgt nunmehr wiederum, daß in K_k genau so wie in K_0 eine Metrik festgelegt werden kann. Es genügt hierzu eine solche im gewöhnlichen ebenen Raum K_0 (also zwischen den Punkten von K_0) festzulegen, und diese überträgt sich dann unmittelbar auch auf K_k . Aber während in K_0 sich die Abstandsbeziehungen auf Punkte bezogen, so beziehen sich diese in K_k auf Kleinkreise. Damit ist auch die Möglichkeit eines Maßtensors g_{ij} in K_k gewährleistet, der durch

$$ds^2 = g_{ij} dx_i dx_j$$

in K_0 den Abstand eines Punktes P von einem beliebigen Nachbarpunkt festlegt.

Der Hinweis auf diese Möglichkeit in K_k eine Metrik zu erzeugen, hat aber nur insofern eine gewisse Bedeutung, als dadurch gezeigt wird, daß solche den Maßbestimmungen des klassischen Raumkontinuums K_0 völlig äquivalente Maßbestimmungen auch im Kontinuum K_k theoretisch möglich sind. Die Bestimmung wirklich vorliegender Maßverhältnisse jedoch wird sich — wie im folgenden weiter ausgeführt wird — nur durch statistische Methoden erbringen lassen.

Bei isomorphen Abbildungen (z. B. Bewegungen) von K_k auf sich gehen Kleinkreise in Kleinkreise über. Deshalb gehen auch bei einer Lorentz-Transformation Kleinkreise *nicht* etwa in Ellipsen, sondern wieder in Kleinkreise über, m. a. W., die Kleinkreise bleiben *relativistisch invariant*.

Die Übertragung aller dieser Überlegungen auf das dreidimensionale Raumkontinuum begegnet keinen Schwierigkeiten. Hingegen bedarf die Entwicklung der entsprechenden Gedankengänge für das vierdimensionale Raum-Zeitkontinuum noch einiger Bemerkungen wegen der Sonderstellung, welche der Zeitkoordinate eingeräumt werden muß.

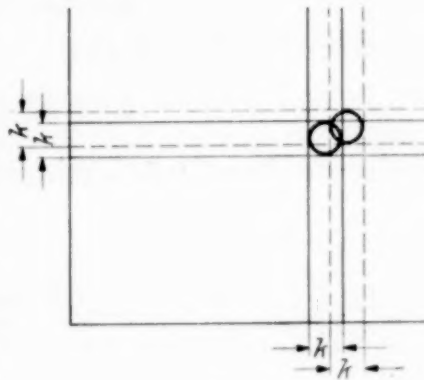


Fig. 1.

In der vierdimensionalen Raum-Zeit Welt, wo der Abstand s eines Punktes $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ vom Ursprung durch

$$s^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_4^2$$

bestimmt wird, ist eine Gesamtheit von Punkten x , welche untereinander einen Abstand $\leq k$ haben, bei geeigneter Festsetzung des Koordinatenursprungs gegeben durch

$$0 \leq x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 \leq \frac{k^2}{4}, \quad (+)$$

worin aus Zweckmäßigkeitsgründen

$$x_4 = ct$$

gesetzt ist. Die der Ungleichung (+) genügenden Punkte erfüllen das durch den Nullkegel $s = 0$ und das Hyperboloid $s = k/2$ bestimmte Zwischengebiet samt Begrenzung (vgl. Fig. 2).

Es können also — wie aus (+) zu ersehen ist — räumlich beliebig weit voneinander entfernte Punkte grundsätzlich ununterscheidbar sein, wenn sie nur zeitlich weit genug entfernt sind; werden sie aber durch eine Lorentz-Transformation zu gleichzeitigen gemacht, so ist ihre räumliche Entfernung niemals größer als k .

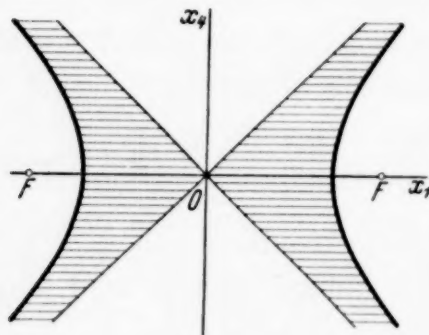


Fig. 2.

Abgesehen davon werden die Schwierigkeiten, diese Ununterscheidbarkeit räumlich beliebig weit entfernter Punkte anschaulich zu begreifen, gemildert, weil folgendes zu berücksichtigen ist:

1. Es ist an sich sinnlos, innerhalb eines solchen Zwischengebietes (+) von irgendwie differenzierten Gebilden (insbesondere von unterschiedenen Punkten) und deren Entfernungen zu reden.
2. Ist der Schnitt dieses Weltgebietes mit dem Raum stets eine dreidimensionale Kugel vom Durchmesser k .

In dem physikalischen Raum-Zeit-Kontinuum sind also die Weltteile (+) als die kleinsten physikalisch noch feststellbaren Teile anzusehen. Analog wie in den früheren Fällen wird sich nun das der vierdimensionalen Raum-Zeit Welt zugrunde liegende Kontinuum ergeben, indem um jeden Punkt des geometrischen Welt-Kontinuums als Mittelpunkt ein solches Elementargebiet (+) gelegt wird. Sind also als Teile des geometrischen Welt-Kontinuums dessen Punktmengen anzusehen, so sind im physikalischen Welt-Kontinuum

die aus diesen Punktmengen durch den eben beschriebenen Belegungsprozeß entstehenden Punktmengen anzusehen.

Es ist dann unmittelbar klar, daß das geometrische und physikalische Welt-Kontinuum notwendig isomorph sind; den Punkten des ersteren entsprechen umkehrbar eindeutig die Elementargebiete ⁽⁺⁾ des letzteren. Aus dieser Isomorphie folgt dann gleichfalls, daß bei einer Bewegung (z. B. einer Lorentz-Transformation) im physikalischen Welt-Kontinuum stets die Elementargebilde ⁽⁺⁾ wieder in ebensolche übergeführt werden, was ebenso trivial ist wie, daß im geometrischen Welt-Kontinuum Punkte in Punkte übergeführt werden.

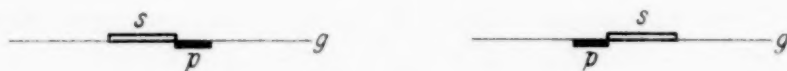
7. Der physikalische Punkt-, Strecken- und Überdeckungs begriff.

Zunächst sei wieder nur der eindimensionale Fall behandelt. Es hat sich also ergeben, daß das (auf der Punktvorstellung beruhende) klassische Raumkontinuum K_0 dem Kontinuum K_k , das von den Strecken der Länge $\geq k$ auf einer Geraden g gebildet wird, isomorph ist. Demnach bestünde kein wesentlicher Unterschied zwischen dem klassischen Punktkontinuum und dem von der modernen Quantenmechanik erforderten Kontinuum mit Kürzesten. Dennoch besteht ein tiefer Unterschied, der nun noch in Rechnung gestellt werden muß: Es wäre nämlich nicht richtig, diese (als lineare Raumelemente gedachten) Kürzesten einfach wie Strecken im gewöhnlichen Sinne zu behandeln. Dies würde der typischen Unbestimmtheit, die eine solche Kürzeste repräsentieren soll, nicht gerecht werden.

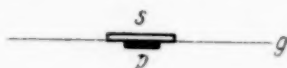
Als physikalisch unerlaubt haben solche Behauptungen zu gelten, welche grundsätzlich nicht Gegenstand einer Beobachtung sein können. Zu solchen außerhalb der Beobachtungsmöglichkeit stehenden Behauptungen würden nun nicht nur Aussagen gehören, wie, daß es Strecken von einer Länge $< k$ gäbe, sondern auch negative Aussagen, wie, daß es keine Strecken von einer Länge $< k$ geben könne. Letzteres aber würde behauptet, wenn die Teilbarkeitsverhältnisse auf der physikalischen Geraden dargestellt würden durch die Teilbarkeitsverhältnisse einer geometrischen Geraden, auf welcher nur Strecken von einer Länge $\geq k$ zugelassen sind.

Um nun jener grundsätzlichen Unbestimmbarkeit kleinster Strecken gerecht zu werden, ist folgende Überlegung mit zu berücksichtigen: Sei p eine Kürzeste auf der Geraden g . Durch p möge ein solches kleinstes, der Beobachtung gerade noch zugängliches physikalisches Raumgebiet dargestellt werden. In welchen Fällen wird nun p von einer anderen Strecke s von g überdeckt? Da weder behauptet noch verneint werden darf, daß es Teile von einer Länge $< k$ (d. i. der Länge von p) gebe, so kann die Über-

deckung alle Möglichkeiten zwischen den beiden (schematisch angedeuteten) Grenzfällen



erschöpfen, also insbesondere nicht nur Fälle wie



sondern auch Fälle wie



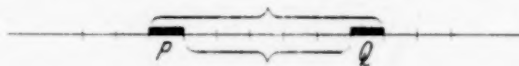
umschließen. Denn dadurch wird der Auffassung Rechnung getragen, daß die Strecke p jedes beliebige innerhalb p liegende Raumgebiet (das als solches grundsätzlich unbestimmbar bleibt) zu repräsentieren hat.

Solches berücksichtigend, sollen nun folgende Definitionen aufgestellt werden:

1. *Physikalischer Punkt* = Kürzeste, aber nicht als Strecke schlechthin, sondern irgendein Raumgebiet (auch echter Punkt), das innerhalb der Kürzesten liegt, aber innerhalb dieser nicht definiert ist (d. h. dort grundsätzlich nicht näher bestimmt werden kann). Es ist also in diesem Sinne zu unterscheiden zwischen einem physikalischen Punkt und einer Kürzesten schlechthin.

2. *Physikalische Strecke* = Paar von zwei physikalischen Punkten, also Kürzesten im Sinne von 1. Zwischen physikalischer Strecke und Strecke als Glied des von der Geraden g dargestellten Kontinuums K_k besteht also ein grundlegender Unterschied. — Zunächst soll die Voraussetzung getroffen werden, daß in der Bezeichnung: Physikalische Strecke PQ (d. h. Paar der Kürzesten P und Q) stets die Reihenfolge von links nach rechts vorausgesetzt sei, also P die linke und Q die rechte Kürzeste bedeute. Diese Einschränkung wird dann durch 4. behoben.

3. *Überdeckung*. Dem Vorstehenden zufolge ist grundsätzlich unbestimmbar, wieviel Kürzeste (im eigentlichen Sinne, also nicht im Sinne von physikalischer Punkt) nötig sind, um eine gegebene physikalische Strecke PQ zu überdecken, und ebensowenig, wieviel Kürzeste von der Strecke PQ überdeckt werden. Dies kann vielmehr grundsätzlich nur innerhalb gewisser Genauigkeitsgrenzen festgestellt werden. So z. B. kann die physikalische Strecke PQ in der Figur



das eine Mal von nur 5, ein anderes Mal aber (unter sonst gleichbleibenden physikalischen Bedingungen) von 7 solchen Kürzesten überdeckt werden; umgekehrt kann die physikalische Strecke PQ das eine Mal bloß 5 Kürzeste, ein anderes Mal aber 7 Kürzeste überdecken. Aber der Unterschied zwischen zwei Überdeckungen kann niemals mehr wie höchstens zwei Kürzeste betragen.

4. *Negative Überdeckungen.* Um die in 2. gemachte Voraussetzung über die Reihenfolge von P und Q wieder zu eliminieren, soll folgendes festgesetzt werden: Wird die physikalische Strecke PQ (P links, Q rechts) von n Kürzesten überdeckt, so soll statt dessen auch gesagt werden können, die Strecke QP (Q rechts, P links) wird von $-n$ Kürzesten überdeckt; beide Ausdrucksweisen bezeichnen natürlich genau denselben Sachverhalt. Eine analoge Festsetzung gelte auch für den Fall, daß n Kürzeste von der physikalischen Strecke PQ überdeckt werden.

Für den zwei- und mehrdimensionalen physikalischen Raum lassen sich im Sinne des Abschnittes 6 entsprechende Überlegungen und Definitionen erbringen.

8. Statistische Metrik.

Es seien P, Q zwei physikalische Punkte (welche nach dem Früheren durch zwei Kürzeste repräsentiert werden). Es soll nun festgestellt werden, an welche Bedingungen die Messung der Entfernung von P und Q gebunden ist.

Eine für die Physik sinnvolle Entfernungsmessung hat folgende Tatsachen zu berücksichtigen:

1. Existenz eines *kürzesten Maßstabes* von der Länge k , der nicht mehr weiter in kleinere abteilbar ist; das Ergebnis einer *Einzelmessung* kann also nur ein *ganzzahliges Vielfaches* von k sein.

2. Die Unbestimmtheit, mit der eine Einzelmessung behaftet ist, ist eine zweifache: einmal hervorgerufen durch die Tatsache, daß das Ergebnis einer Einzelmessung ein ganzzahliges Vielfaches von k sein muß; dann aber auch, daß bei den physikalischen Punkten P, Q die Lokalisierung innerhalb der durch P und Q bestimmten Kürzesten grundsätzlich unbestimmt bleibt.

Die letztgenannte Tatsache findet ihre Berücksichtigung durch die Bildung von Mittelwerten; dieses Verfahren ist längst aus der Theorie der (aus der Unzulänglichkeit der Instrumente herrührenden) Meßfehler her geläufig, mit dem Unterschied, daß die Ungenauigkeit hier eine prinzipielle

(auch bei idealen Geräten auftretende) ist. Hingegen weist die unter 1. angeführte Tatsache auf eine ganz neue Sachlage: Während sonst durch das als Exhaustion bezeichnete Meßverfahren die Anzahl n der von dem zu messenden Objekt gerade noch bedeckten Maßeinheiten e ermittelt und dann der Grenzwert festgestellt wurde, dem die Produkte ne zustreben, wenn die Maßeinheit e gegen 0 abnimmt, so ist hier den Maßeinheiten eine von 0 verschiedene untere Grenze gesetzt, nämlich k . Es ist daher das Zweckmäßigste, von vornherein gleich diesen kleinsten Maßstab k zugrunde zu legen, da jede Exhaustion (Maßstabverkleinerung) und die damit verbundene Erhöhung der Meßgenauigkeit hier ihre prinzipielle Schranke findet.

Diesen Umständen Rechnung tragend, wird die übliche Inhaltstheorie zu modifizieren sein und führt dann zu folgenden Ansätzen für die Messung auf der Geraden: Sei N die Anzahl der Kürzesten, mit der eine physikalische Strecke PQ bei einer bestimmten Überdeckung gerade noch überdeckt wird; diese Zahl N ist dadurch (im Gegensatz zur gewöhnlichen Inhaltstheorie) noch nicht eindeutig bestimmt, es wird sich vielmehr bei Wiederholung einer solchen Überdeckung meistens eine andere Anzahl ergeben. Es soll daher eine beliebige Folge von solchen Überdeckungen betrachtet werden, durch welche auch eine Folge von solchen Anzahlen N_q geliefert wird. Analog sei mit n die Anzahl der Kürzesten bezeichnet, welche von der Strecke PQ bei einer bestimmten Überdeckung noch überdeckt werden. Wiederum soll eine Folge von solchen Überdeckungen herangezogen werden, wodurch sich auch eine Folge von solchen Anzahlen n_σ ergibt.

Es kann nun wohl (auch das im Gegensatz zur gewöhnlichen Inhaltstheorie) in irgendeiner Folge N_q ein Glied N_r und in einer Folge n_σ ein Glied n_s so geben, daß $N_r < n_s$ ist, aber niemals kann $N_r + 2 < n_s$ sein (weil in den Kürzesten P und Q der genaue Ort an je eine Strecke von der Länge k gebunden ist). Nach dieser Ungleichung ist also stets

$$n_s - 1 \leq N_r + 1, \quad (1)$$

wie auch die Folgen N_q und n_σ gewählt sein mögen, und wie hoch auch r und s genommen sind.

Die unterste Häufungsstelle der offenbar beschränkten Folge der Mittelwerte aus den Produkten $k(N_q + 1)$, also der Folge $\frac{1}{i} \sum_{q=1}^i k(N_q + 1)$ werde eine *äußere statistische Entfernung* von P und Q genannt oder kurz mit $\bar{\lambda}$ bezeichnet, also

$$\bar{\lambda} = \lim_{i \rightarrow \infty} \inf \frac{1}{i} \sum_{q=1}^i k(N_q + 1) = \lim_{i \rightarrow \infty} \inf \frac{1}{i} \sum_{q=1}^i k N_q + k; \quad (2)$$

natürlich ist $\bar{\lambda}$ von der Wahl der Folge N_q abhängig. Analog werde die oberste Häufungsstelle der Mittelwertfolge $\frac{1}{i} \sum_{o=1}^i k (n_o - 1)$ als eine *innere statistische Entfernung* von P und Q , oder kurz mit $\underline{\lambda}$ bezeichnet, also

$$\underline{\lambda} = \lim_{i \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{i} \sum_{o=1}^i k (n_o - 1) = \lim_{i \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{i} \sum_{o=1}^i k n_o - k; \quad (3)$$

wiederum ist $\underline{\lambda}$ von der Wahl der Folge n_o abhängig.

Aus (1) folgt nun (gleichgültig, wie die Folgen N_q und n_o gewählt sein mögen), daß stets

$$\underline{\lambda} \leq \bar{\lambda}$$

gelten muß. Ist nun für irgendein bestimmtes $\bar{\lambda}$ und $\underline{\lambda}$

$$\bar{\lambda} = \underline{\lambda},$$

so gilt für diesen gemeinsamen Wert $\bar{\lambda}$ und jedes beliebige $\bar{\lambda}$ und $\underline{\lambda}$ stets

$$\bar{\lambda} \leq \lambda \leq \underline{\lambda},$$

d. h. es kann, wenn überhaupt, so nur ein einziges λ geben und dieser so gefundene, eindeutig gegebene Wert λ wird als *statistische Entfernung* der physikalischen Punkte P und Q bezeichnet.

9. Eigenschaften der statistischen Metrik.

Die so eingeführte statistische Entfernung ist *additiv*, d. h. sind P , Q , R drei physikalische Punkte auf der Geraden g sowie λ_1 die statistische Entfernung von P , Q , und λ_2 jene von Q , R , und λ jene von P , R , so gilt stets

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \lambda. \quad (1)$$

Dies läßt sich folgendermaßen einsehen: Aus der Existenz von λ_1 folgt, daß es mindestens ein λ_1 und $\bar{\lambda}_1$ geben muß, für welche

$$\underline{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_1 \quad (2)$$

ist. Demnach gibt es eine Folge von Anzahlen N und eine solche von Anzahlen n , welche gemäß Abschnitt 8 (2), (3) die Gleichung (2) liefern. Diese (zu λ_1 gehörigen) Anzahlen N und n mögen durch ungerade Indizes gekennzeichnet werden, so daß also jene Folgen lauten:

$$N_1, N_3, \dots, N_{2r-1}, \dots \quad (3)$$

$$n_1, n_3, \dots, n_{2r-1}, \dots \quad (4)$$

In entsprechender Weise sollen zwei zur Gleichung

$$\underline{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_2 \quad (5)$$

führende Folgen von Anzahlen N und n durch gerade Indizes gekennzeichnet werden, also:

$$N_2, N_4, \dots, N_{2r}, \dots \quad (6)$$

$$n_2, n_4, \dots, n_{2r}, \dots \quad (7)$$

Den Gliedern $N_{2r-1}, n_{2r-1}, N_{2r}, n_{2r}$ dieser Folgen (3), (4), (6), (7) entsprechen jeweils je eine bestimmte Überdeckung, welche mit U und dem entsprechenden Index bezeichnet sei, also U_{2r-1} für die Folgen (3), (4) und U_{2r} für die Folgen (6), (7). Aus den beiden Überdeckungsfolgen U_{2r-1}, U_{2r} werde nun eine einzige Folge U_q gebildet, nämlich die Folge

$$U_1, U_2, \dots, U_{2r-1}, U_{2r}, \dots$$

Dann müssen die Gleichungen (2) und (5) ersichtlich auch in bezug auf die Überdeckungsfolge U_q gelten, d. h. genauer, (2) in bezug auf die Folgen

$$N_1^1, N_2^1, N_3^1, \dots, N_{2r-1}^1, N_{2r}^1, \dots$$

$$n_1^1, n_2^1, n_3^1, \dots, n_{2r-1}^1, n_{2r}^1, \dots$$

und (5) in bezug auf die Folgen

$$N_1^2, N_2^2, N_3^2, \dots, N_{2r-1}^2, N_{2r}^2, \dots$$

$$n_1^2, n_2^2, n_3^2, \dots, n_{2r-1}^2, n_{2r}^2, \dots$$

worin

$$N_q^1 = N_q, \quad n_q^1 = n_q \quad \text{für } q = 2r - 1, \quad (r = 1, 2, 3, \dots)$$

$$N_q^2 = N_q, \quad n_q^2 = n_q \quad \text{für } q = 2r$$

gesetzt ist und $N_2^1, N_4^1, \dots, N_{2r}^1, \dots$ bzw. $N_1^2, N_3^2, \dots, N_{2r-1}^2, \dots$ die Anzahlen der Kürzesten bedeuten, die in den Überdeckungen $U_2, U_4, \dots, U_{2r}, \dots$ die Strecke PQ bzw. in den Überdeckungen $U_1, U_3, \dots, U_{2r-1}, \dots$ die Strecke QR gerade noch überdecken, sowie entsprechendes für $n_2^1, n_4^1, \dots, n_{2r}^1, \dots$ bzw. $n_1^2, n_3^2, \dots, n_{2r-1}^2, \dots$ gilt.

Es bedeute N_q die Anzahl der Kürzesten, welche die Strecke PR gerade noch überdecken unter Zugrundlegung der Überdeckung U_q . Diejenigen Kürzesten der Überdeckung U_q , welche die Strecke PQ gerade noch überdecken, zusammen mit den Kürzesten, welche QR gerade noch überdecken, können zusammen höchstens um eine Kürzeste (nämlich die Kürzeste Q) weniger ausmachen als die Gesamtheit der Kürzesten, welche gerade noch die Strecke PR überdecken; also gilt jedenfalls immer

$$N_q^1 + N_q^2 \geq N_q - 1. \quad (8)$$

Bedeutet n_q die Anzahl der Kürzesten der Überdeckung U_q , welche von der Strecke PR gerade noch überdeckt werden, so beträgt die Anzahl n_q^1

der Kürzesten von U_σ , welche von PQ gerade noch überdeckt werden, zusammen mit der Anzahl n_σ^2 der Kürzesten, die von QR gerade noch überdeckt werden, niemals mehr als höchstens um eine Kürzeste (nämlich Q) mehr als n_σ , so daß also stets

$$n_\sigma^1 + n_\sigma^2 \leq n_\sigma + 1 \quad (9)$$

gilt. Aus (8) und (9) folgt nun

$$\begin{aligned} (k N_\sigma^1 + k) + (k N_\sigma^2 + k) &\geq k N_\sigma + k, \\ (k n_\sigma^1 - k) + (k n_\sigma^2 - k) &\leq k n_\sigma - k, \end{aligned}$$

und daraus weiter

$$\begin{aligned} \liminf_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i} \sum_{\sigma=1}^i k N_\sigma^1 + k + \liminf_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i} \sum_{\sigma=1}^i k N_\sigma^2 + k \\ \geq \liminf_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i} \sum_{\sigma=1}^i k N_\sigma + k, \\ \limsup_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i} \sum_{\sigma=1}^i k n_\sigma^1 - k + \limsup_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i} \sum_{\sigma=1}^i k n_\sigma^2 - k \\ \leq \limsup_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i} \sum_{\sigma=1}^i k n_\sigma - k, \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2 &\geq \lambda, \\ \underline{\lambda}_1 + \underline{\lambda}_2 &\leq \lambda. \end{aligned}$$

Da $\bar{\lambda} \geq \lambda$ und voraussetzungsgemäß $\bar{\lambda}_1 = \underline{\lambda}_1$, $\bar{\lambda}_2 = \underline{\lambda}_2$ ist, folgt aus den beiden letzten Ungleichungen

$$\bar{\lambda} = \underline{\lambda}$$

und es gilt für diesen gemeinsamen Wert λ die Gleichung (1), was sich gleichfalls aus diesen beiden Ungleichungen ergibt. Damit ist die Additivität der statistischen Entfernung bewiesen.

Eine weitere Eigenschaft dieser statistischen Entfernung ist, daß sie bei großen Entfernungen (d. h. groß im Verhältnis zu k) nahezu genau das klassische Längenmaß liefert; man ersieht dies unmittelbar aus den Gleichungen Abschnitt 8 (2), (3).

Schließlich ist noch darauf hinzuweisen, daß die Entfernung zweier physikalischer Punkte, die sich decken (d. h. die durch zwei sich vollständig deckende Kürzeste gegeben sind), sich als $= 0$ ergibt, sofern diese Entfernung überhaupt meßbar ist. Denn bei Berücksichtigung der Fest-

stellungen 4. des Abschnittes 7 ergibt sich: Es ist in diesem Falle immer $n \leq 1$ und $N \geq -1$, also auch immer

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \inf \frac{1}{i} \sum_{\varrho=1}^i k N_{\varrho} + k \geq 0 \quad \text{und} \quad \lim_{i \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{i} \sum_{\sigma=1}^i k n_{\sigma} - k \leq 0.$$

Also falls beide Werte übereinstimmen (d. h. die Entfernung meßbar ist), so kann der gemeinsame Wert immer nur $= 0$ sein.

Aus Abschnitt 8 (2), (3) ist nunmehr auch leicht zu erkennen, daß die statistische Entfernung jeden beliebigen positiven reellen Wert anzunehmen vermag und ihr keine positive untere Grenze gesetzt ist. Man erkennt schon daraus, daß die statistische Entfernung etwas begrifflich verschiedenes gegenüber der kürzesten Länge k (zu der es keine kleinere mehr geben kann) sein muß.

Bemerkung

zur Arbeit: **K. H. Hoesch**¹⁾, „Messung der elastischen Konstanten von durchsichtigen isotropen Festkörpern nach einer neuen Methode“.

[Zu den Einwänden der Herren Cl. Schaefer und L. Bergmann²⁾.]

Von **E. Hiedemann** in Köln.

(Eingegangen am 11. November 1938.)

Die von den Herren Schaefer und Bergmann gegen die oben genannte Arbeit vorgebrachten Einwände veranlassen mich zu der Erklärung, daß in der Tat in der Dissertation Hoesch die Schaefer-Bergmannsche Methode in ihrer Bedeutung für die Hoeschschen Messungen nicht genügend gewürdigt wurde. Auch ist bei der Überarbeitung der im Mai 1937 eingereichten Dissertation für den Druck verabsäumt worden, einige später — seit Juli 1937 — erschienene Arbeiten aus der Schaefer-Bergmannschen Schule aufzunehmen. Ich bedaure diese Unterlassungen.

¹⁾ ZS. f. Phys. **109**, 606, 1938. — ²⁾ Ebenda **110**, 763, 1938.